

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ КУРСОВА РОБОТА

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування»,
освітньою програмою «Обладнання фармацевтичних та біотехнологічних
виробництв»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2020

Теорія автоматичного керування. Курсова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», освітньої програми «Обладнання фармацевтичних та біотехнологічних виробництв» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: В.М. Мельник, О.В. Воробйова. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,9 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 88 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 10 від 18.06.2020 р.)
за поданням Вченої ради факультету біотехнології і біотехніки (протокол № 10 від 25.05.2020 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ КУРСОВА РОБОТА

Укладачі:	<i>Мельник Вікторія Миколаївна</i> , завідувач кафедру біотехніки та інженерії КПІ ім. Ігоря Сікорського, д-р техн. наук, професор <i>Воробйова Ольга Володимирівна</i> , асистент кафедри біотехніки та інженерії КПІ ім. Ігоря Сікорського
Відповідальний редактор	<i>Ружинська Л.І.</i> , доцент кафедри біотехніки та інженерії КПІ ім. Ігоря Сікорського, канд. техн. наук, доцент
Рецензент	<i>Гнатейко Н.В.</i> , доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського, канд. техн. наук, доцент

Посібник містить роз'яснення щодо виконання курсової роботи, передбаченої робочою програмою дисципліни «Теорія автоматичного керування. Курсова робота». Приведені різні варіанти вихідних даних керування кутової швидкості обертання мішалки та температурою середовища в ферментері, а також теоретичні основи аналізу систем керування за допомогою програмних пакетів *Mathcad* та *MatLab* з використанням пакету моделювання *Control System Toolbox*.

Для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», освітньої програми «Обладнання фармацевтичних та біотехнологічних виробництв» денної та заочної форми навчання.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020

ЗМІСТ

Зміст.....	3
Вступ.....	4
Мета і завдання курсової роботи	6
Графік виконання курсової роботи.....	8
Склад, обсяг та структура курсової роботи.....	9
Рекомендації до виконання пояснювальної записки.....	10
Перелік тем (Вихідних даних)	11
Рейтингова система оцінювання результатів навчання студентів....	14
Теоретичні відомості.....	16
1. Структурні схеми та їх перетворення	16
2. Структурна схема та передаточні функції типової замкненої автоматичної системи регулювання.....	24
3. Загальні умови стійкості	28
4. Алгебраїчні критерії стійкості	32
5. Частотні критерії стійкості.....	35
5.1. Частотний критерій стійкості А.В.Михайлова.....	38
5.2. Область стійкості. Запас стійкості. Частотний критерій Найквіста	40
5.3. Логарифмічні амплітудно- та фазо-частотні характеристики	43
Приклад виконання курсової роботи	47
Висновки	75
Список використаних джерел	76
Контрольні питання	78
Додатки	80

ВСТУП

Для регулювання вихідної координати і повернення її на заданий рівень створюють системи автоматичного керування (САК). Система автоматичного керування підтримує чи покращує функціонування керованого об'єкта без втручання людини, що значно спрощує працю і дозволяє покращити показники якості роботи процесу, технологічної лінії.

Розвиток теорії автоматичного керування в останні роки є плідним і багатограним. В автоматизованих системах керування технологічними процесами роль динаміки безперечна.

Передбачається впровадження автоматизованих систем у різноманітні сфери господарської діяльності, і в першу чергу в приготування, керування обладнанням і технологічними процесами [1, 2].

В даній курсовій роботі розглянемо систему автоматичного керування температурою середовища в ферментері. Для цієї системи проведемо необхідні розрахунки та аналіз заданих величин, в результаті чого підберемо необхідні параметри для нормальної роботи.

Методичні вказівки визначають мету, завдання і організацію курсової роботи (КР); вимоги до змісту і об'єму КР, оформлення текстової частини і графічної документації, порядок представлення роботи до захисту (рейтингова система оцінювання) і оформлення її результатів.

Виконання вимог методичних вказівок є обов'язковим як для студентів, так і для керівників КР.

Метою КР є закріплення, поглиблення і узагальнення знань, отриманих студентом при вивченні курсу "Теорія автоматичного керування"; розвиток навичок застосування теоретичних положень при рішенні інженерних завдань за фахом, зокрема, придбання інженерних навичок у виборі пристроїв, що коригують, алгоритмізації і рішенні завдань проектування систем автоматичного управління.

В процесі виконання курсової роботи ставиться конкретне інженерне завдання аналізу і синтезу системи автоматичного управління. Студент повинен

самостійно виконати аналіз та регулювання системи, використовуючи методичні вказівки.

В процесі виконання роботи студентів надаються консультації. Він повинен відповідно до графіку з'являтися до керівника не рідше ніж один раз в два тижні. КР виконується по графіку, який доводиться до відома студентів одночасно з видачею завдання. За тиждень до зазначеного терміну захисту, студент зобов'язаний надати оформлену роботу керівникові для розгляду про її відповідність завданню і вимогам до оформлення. У випадку, якщо керівник зробить висновок про неможливість допуску студента до захисту курсової роботи, останній зобов'язаний переробити матеріал у відповідності із зауваженнями і знову представити його на розгляд викладачу.

МЕТА І ЗАВДАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Метою курсової роботи є формування у студента здатностей:

- будувати структурні схеми автоматичного керування;
- математичного опису динаміки неперервних та дискретних систем автоматичного керування;
- аналізувати стійкість та якість систем керування;
- проводити синтез лінійних систем автоматичного керування;
- складати диференційного рівняння САК з урахуванням корекції;
- визначати критичні значення коефіцієнта передачі з умов стійкості за Гурвіцем;
- будувати асимптотичні ЛАЧХ та ЛФЧХ розімкненої САК;
- будувати амплітудно-фазові характеристики для скорегованої розімкненої САК. Визначення запасів стійкості за модулем та фазою.

Основі завдання:

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

- методів дослідження часових та частотних характеристик лінійних систем керування;
- методів покращання якості неперервних систем автоматичного керування;
- методів синтезу лінійних систем автоматичного керування;
- методів аналізу стійкості та якості цифрових систем керування;
- основ дослідження нелінійних систем керування.

уміння:

- будувати принципові, функціональні та структурні схеми систем автоматичного керування;
- складати математичні моделі систем автоматичного керування та її ланок у виді диференційних рівнянь та передатних функцій відносно задавальної дії, похибки та збурення;

- аналізувати стійкість лінійних систем автоматичного керування за алгебраїчними та частотними критеріями;
- здійснювати еквівалентні перетворення структурних схем;

навички:

- визначати похибки лінійних систем автоматичного керування при різних вхідних діях;
- аналізувати якість процесу керування прямими та непрямыми методами;
- аналізувати вплив параметрів лінійних систем автоматичного керування на її стійкість та якість;
- застосовувати методи підвищення якості лінійних систем автоматичного керування;
- розраховувати параметри компенсуючого каналу для забезпечення інваріантності систем автоматичного керування;
 - обирати параметри коригувальних ланок шляхом синтезу систем автоматичного керування за частотними характеристиками.

ГРАФІК ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Найменування розділів, тем	Термін виконання (тиждень семестру)	СРС, год
Отримання завдання до курсової роботи	3	
Структурна схема системи автоматичного регулювання кутової швидкості обертання мішалки / температурою середовища в ферментері без врахування коригувального елементу	5	1
Вираз для W_p розімкненої САК, диференційне рівняння системи автоматичного регулювання без корекції	6	1
Стійкість САК за допомогою критерія Михайлова	7	2
Структурна схема САК із коригувальним елементом	8	2
Диференційне рівняння САК із урахуванням корекції	9	2
Критичне значення коефіцієнта зворотного зв'язку $k_{5кр}$ з умов стійкості за Гурвіцем	10	2
Асимптотичні ЛАЧХ та ЛЧФХ розімкненої САК.	11	2
Крива Михайлова для скорегованої САК.	12	2
Амплітудно-фазова частотна характеристика	13	2
Перехідна та вагова характеристики САК	14	2
Оформлення пояснювальної записки	15	2
Підготовка до захисту курсової роботи	16	5
Захист курсової роботи	17	2
Всього у 6 семестрі		30

СКЛАД, ОБСЯГ ТА СТРУКТУРА КУРСОВОЇ РОБОТИ

Курсова робота складається з пояснювальної записки (Додаток Б) і графічної частини.

Пояснювальна записка складається з розділів, наведених у зразку змісту (Додаток В). Орієнтовний обсяг пояснювальної записки 25...40 аркушів формату А4. Обсяг графічної частини остаточно визначається керівником курсової роботи.

Курсова робота з дисципліни «Теорія автоматичного керування» у відповідності до індивідуального завдання має містити:

Титульний аркуш

ВСТУП

Перелік умовних позначень, символів і скорочень (за необхідності).

1. Вихідні дані
2. Структурна схема САК температурою середовища в ферментері (температурою середовища у ферментері) без врахування коригувальної ланки
Вираз для W_p розімкненої САК, диференційне рівняння системи автоматичного регулювання без корекції
3. Стійкість САК за допомогою критерія Михайлова
4. Структурна схема САК із коригувальним елементом
5. Диференційне рівняння САК із урахуванням корекції
6. Критичне значення коефіцієнта зворотного зв'язку $k_{5кр}$ з умов стійкості за Гурвіцем
7. Асимптотичні ЛАЧХ та ЛЧФХ розімкненої скорегованої САК
8. Крива Михайлова для скорегованої САК
9. Амплітудно-фазова частотна характеристика САК
10. Перехідна та вагова характеристики САК
11. Виконання характеристик в програмі MATLAB

ВИСНОВКИ

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ

При оформленні КР необхідно неухильно дотримуватися державних стандартів України щодо порядку подання окремих видів текстового матеріалу, таблиць, формул та ілюстрацій. Курсова робота має бути чітко структурованою, із дотриманням таких вимог щодо оформлення:

- окремі частини роботи виділяються (напівжирним, курсивом);
- абзаци та нумерація сторінок оформляються згідно з загальними чинними вимогами (“Про затвердження Вимог до оформлення дисертації”. Наказ Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017) [3];
- дотримуються правила паспортизації матеріалу (правильно оформляються посилання, виноски, цитати тощо); (“Основні вимоги до дисертацій та авторефератів дисертацій” [4];
- список використаних джерел укладається відповідно до сучасних чинних вимог (ДСТУ 8302:2015. Бібліографічне посилання) [5] (Додаток Г);
- оформлення курсової роботи має відповідати естетичним і орфографічним нормам.

При написанні курсової роботи студент має обов’язково посилатися на авторів і джерела (“Про затвердження Вимог до оформлення дисертації”. Наказ Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017) [3], з яких запозичені матеріали або окремі результати. У разі використання запозиченого матеріалу без посилання на автора та джерело, курсова робота не допускається до захисту з метою уникнення плагіату (Етичний кодекс ученого України) [6]. Оригінальність авторського тексту має складати не менше 70 %.

Курсову роботу подають на кафедру у вигляді спеціально підготовленого переплетеного рукопису та на електронному носії.

ПЕРЕЛІК ТЕМ (ВИХІДНИХ ДАНИХ)

Теми курсової роботи

Варіант 1-10. Система автоматичного керування кутової швидкості обертання мішалки ферментера

Варіант 11-20. Система автоматичного керування температурою середовища в ферментері

Завдання на курсову роботу:

1. По заданих передатних функціях елементів побудувати структурну схему САК кутової швидкості обертання мішалки ферментера (для варіантів 1-10) чи САК температурою середовища в ферментері (для варіантів 11-20) без врахування коригувальної ланки.
2. Знайти вираз для W_p розімкненої САК і скласти диференційне рівняння системи автоматичного регулювання без корекції.
3. Визначити стійкість САК за допомогою критерію Михайлова.
4. Побудувати структурну схему САК із введенням заданого корегувального елемента.
5. Скласти диференційне рівняння САК з урахуванням корекції.
6. Визначити критичне значення коефіцієнта зворотного зв'язку $k_{5кр}$ з умов стійкості за Гурвіцем.
7. Побудувати асимптотичні ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкненої скорегованої САК
8. Побудувати криву Михайлова для скорегованої САК.
9. Побудувати АФХ для скорегованої розімкненої САК. Визначити запаси стійкості за модулем та фазою.
10. Побудувати перехідну та вагову характеристику скорегованої САК.

**Вихідні дані до курсової роботи на тему : «Система автоматичного керування кутової швидкості
обертання мішалки ферментера»
(варіанти 1-10)**

№ варіанта	Передатні функції					Коефіцієнти підсилення				Сталі часу, с				
	Об'єкта керування	Чутливого елемента	Виконавчого елемента	Підсилю вача	Коригуваль ної ланки	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	T ₀	T ₁	T ₂	T ₃	T ₅
1	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{p + 1}$	k ₄	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	1,0	0,5	0,8	40	1,5	0,4	-	-	0,5
2	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{p + 1}$	k ₄	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	1,8	0,4	0,6	25	1,6	0,5	-	-	1,5
3	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{p + 1}$	k ₄	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	1,5	0,4	0,8	25	1,25	0,6	-	-	0,4
4	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k ₃	k ₄	k ₅	1,3	0,5	0,5	20	2,0	0,3	0,5	-	-
5	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k ₃	k ₄	k ₅	1,2	1,0	0,8	25	0,6	0,7	0,5	-	-
6	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k ₃	k ₄	k ₅	0,95	0,5	0,9	24	1,25	0,75	0,4	-	-
7	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	k ₄	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	0,85	0,8	0,4	50	0,3	1,1	-	0,6	0,4
8	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	k ₄	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	0,75	0,75	0,5	64	0,8	0,7	-	0,4	0,6
9	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	k ₄	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	0,5	0,85	0,6	80	0,9	0,6	-	0,3	0,5
10	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k ₃	k ₄	k ₅	0,4	0,9	0,7	50	1,0	0,6	0,5	-	-

Вихідні дані до курсової роботи на тему : «Система автоматичного керування температури середовища у ферментері» (варіанти 11-20)

№ варіанта	Передатні функції					Коефіцієнти підсилення				Сталі часу, с				
	Об'єкта керування	Чутливого елемента	Виконавчого елемента	Підсилювача	Коригувальної ланки	k_1	k_2	k_3	k_4	T_0	T_1	T_2	T_3	T_5
11	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{p}$	k_4	k_5	2,1	0,5	1,1	28	18	2	0,6	-	-
12	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{p + 1}$	k_4	k_5	2,5	0,6	1,0	30	25	2,4	0,8	-	-
13	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{p + 1}$	k_4	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	3,5	0,8	0,8	25	25	3,2	-	-	0,4
14	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k_3	k_4	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	3,6	0,25	0,9	35	36	0,2	1,3	-	0,5
15	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k_3	k_4	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	5,0	0,1	0,6	50	40	0,6	1,5	-	0,6
16	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k_3	k_4	$\frac{k_5}{p}$	4,0	0,3	0,5	40	42	1,1	1,5	-	-
17	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	k_4	k_5	4,3	0,2	0,5	120	20	1,2	-	0,7	-
18	$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	k_4	k_5	4,8	0,3	0,4	115	24	1,5	-	0,8	-
19	$\frac{k}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	k_4	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	2,5	0,25	0,6	100	80	1,5	-	0,4	0,3
20	$\frac{k}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_1 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	k_4	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$	1,5	0,4	0,7	80	30	2,8	-	0,5	0,5

РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ

з кредитного модуля **“ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ.
КУРСОВА РОБОТА”**

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

спеціальність 133 Галузеве машинобудування

освітня програма Обладнання фармацевтичних та біотехнологічних виробництв
факультету Біотехнології і біотехніки

Рейтингова оцінка з курсової роботи матиме дві складові. Перша (стартова) характеризує роботу студента з курсової роботи та її результат – якість пояснювальної записки та графічного матеріалу. Друга складова характеризує якість захисту студентом курсової роботи.

Розмір шкали першої складової дорівнює 40 балів, а другої складової – 60 балів.

Система рейтингових балів

1. Стартова складова (r_1):

- своєчасність виконання графіку роботи з курсової роботи – 5-3 балів;
- сучасність та обґрунтування прийнятих рішень – 12-7 балів;
- правильність застосування методів аналізу і розрахунку – 10-6 балів;
- якість оформлення, виконання вимог нормативних документів – 6-4 балів;
- якість графічного матеріалу і дотримання вимог ДСТУ – 7-4 балів.

2. Складова захисту курсової роботи (r_2):

- ступінь володіння матеріалом – 10-6 балів;
- повнота аналізу можливих варіантів – 15-9 балів;
- ступінь обґрунтування прийнятих рішень – 20-12 балів;
- вміння захищати свою думку – 15-9 балів.

Сума балів двох складових переводиться до залікової оцінки згідно з таблицею:

Бали	Оцінка за університетською шкалою
100...95	відмінно
94...85	дуже добре
84...75	добре
74...65	задовільно
64...60	достатньо
Менше 60	незадовільно
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	не допущено

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. Структурні схеми та їх перетворення

Структурною схемою автоматичної системи називається умовне графічне зображення її елементів (ланок) та зв'язків між ними з визначенням перетворень сигналів за допомогою передаточних функцій цих елементів. При аналізі структурних схем враховуються лише інформаційні аспекти, в першу чергу напрямки передачі сигналів. На структурних схемах крім динамічних ланок з фіксованими виходами та входами, зображуються також суматори або елементи порівняння кількох сигналів та вузли (точки розгалуження сигналів). В задачах аналізу та синтезу АСР структурні схеми приводять до зручного виду за рахунок перетворень, для чого існують певні правила. В основі цих перетворень лежить фундаментальне правило : вихід елемента – відображення входу за допомогою передаточної функції, тобто $x(p) = W(p) \cdot U(p)$.

В структурних схемах зустрічаються типові з'єднання, для яких відомі вирази еквівалентних передаточних функцій. При **послідовному** з'єднанні елементів (рис. 1.) вихідного попереднього є входом наступного і сигнал передається в одному напрямі.

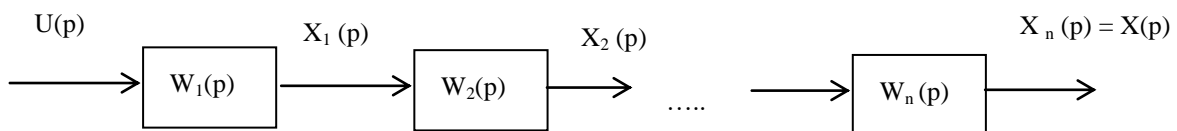


Рисунок 1 – Послідовне з'єднання елементів

Еквівалентна передаточна функція отримується з очевидних залежностей :

$$X_1(p) = W_1(p) \cdot U(p), \quad (1)$$

$$X_2(p) = X_1(p) \cdot W_2(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot U(p), \quad (2)$$

$$X_n(p) = X(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) \cdot U(p) \quad (3)$$

$$W_{екв}(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \prod_{i=1}^n W_i(p) \quad (4)$$

Таким чином, для послідовного з'єднання елементів еквівалентна

передаточна функція – добуток передаточних функцій цих елементів. При дослідженні статичного режиму загальний коефіцієнт передачі також є добутком коефіцієнтів передачі окремих елементів

$$K_{екв} = \prod_{i=1}^n K_i \quad (5)$$

При цьому необхідно враховувати, що розмірність $K_{екв}$ – добуток розмірностей K_i , які повинні визначатись в точках, що відповідають обраному режиму роботи, наприклад в точках лінеаризації статичних характеристик.

При **паралельному** з'єднанні елементів (рис. 2) вхідний сигнал поступає одночасно на всі елементи, а вихід системи – сума виходів елементів.

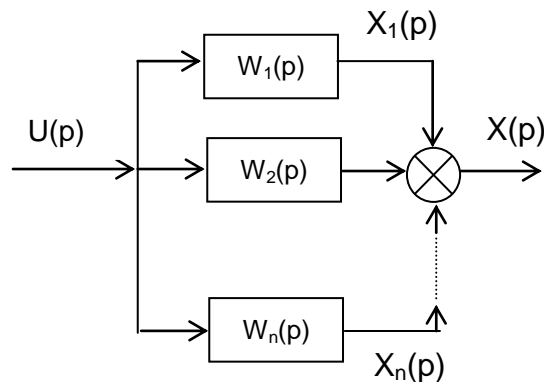


Рисунок 2 – Паралельне з'єднання елементів

Для такого з'єднання справедливі залежності :

$$X_1(p) + X_2(p) + \dots + X_n(p) = X(p) \quad (6)$$

$$X(p) = U(p) * (W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)) \quad (7)$$

$$W_{екв}(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \sum_{i=1}^n W_i(p) \quad (8)$$

Таким чином, в даному випадку еквівалентна передаточна функція – сума передаточних функцій елементів, але додавання сигналів в певній точці можливе за умови, що вони мають одну розмірність, тоді K_i та $K_{екв}$ також мають одну розмірність.

В автоматичних системах найбільш характерним з'єднанням елементів є *зустрічно – паралельне*, тобто при наявності зворотного зв'язку (рис. 3).

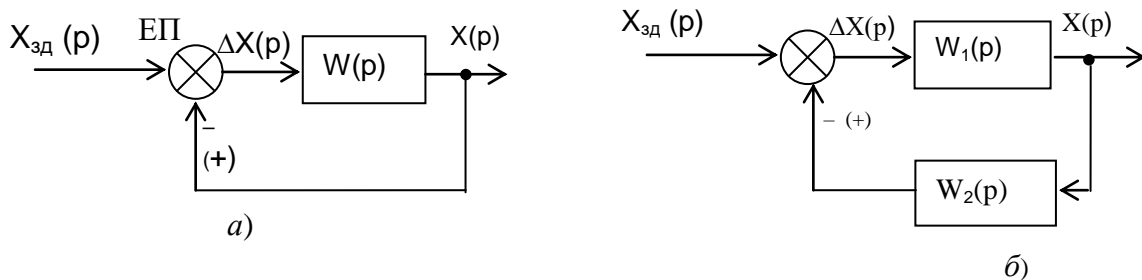


Рисунок 3 – Зустрічно-паралельне з’єднання елементів, а) – з одиничним зворотнім зв’язком, б) – з елементом в ланцюзі зворотнього зв’язку

За знаком зворотній зв’язок може бути від’ємним або додатнім, що показано на вході елемента порівняння ЕП. Для схеми з одиничним зворотнім зв’язком (рис. 3, а) справедливі залежності :

$$X(p) = W(p) \cdot \Delta X(p) \quad (9)$$

$$\Delta X(p) = X_{зд}(p) \mp X(p) \quad (10)$$

Після підстановки (10) в (9) отримуємо :

$$X(p) = W(p) \cdot (X_{зд}(p) \mp X(p)) \quad (11)$$

Перенесемо в ліву частину $X(p)$ (знак при цьому зміниться) :

$$(1 \pm W(p)) \cdot X(p) = W(p) \cdot X_{зд}(p) \quad (12)$$

$$W_{екв}(p) = \frac{X(p)}{X_{зд}(p)} = \frac{W(p)}{1 \pm W(p)} \quad (13)$$

Необхідно звернути увагу на те, що у виразі (13) знак “+” відповідає від’ємному зворотньому зв’язку.

Якщо в зворотньому зв’язку є також елемент з передаточною функцією $W_2(p)$ (рис.3.3,б), то це необхідно врахувати у виразі для $\Delta X(p)$:

$$\Delta X(p) = X_{зд}(p) \mp W_2(p) \cdot X(p) \quad (14)$$

Після перетворень отримаємо :

$$W_{екв}(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) \cdot W_2(p)} \quad (15)$$

На основі аналізу наведених прикладів можна сформулювати таке правило: при з’єднанні елементів, де використовується зворотній зв’язок,

еквівалентна передаточна функція завжди є дробом, в чисельнику якого передаточна функція прямої ланки, а знаменник – одиниця “±” добуток передаточних функцій прямої ланки та зворотного зв’язку, причому знак “+” відповідає від’ємному зворотному зв’язку.

Якщо в складі системи немає інтегральних ланок, то в статичі загальний коефіцієнт передачі визначається виразом:

$$K_{екв}(p)\Big|_{p=0} = \frac{K_n}{1 \pm K_n \cdot K_{зз}}, \quad (16)$$

де K_n , $K_{зз}$ – відповідно коефіцієнти передачі прямої ланки та зворотнього зв’язку.

Розмірність $K_{екв}$ відповідає розмірності K_n , а добуток $K_n \cdot K_{зз}$ завжди безрозмірний. Аналіз виразу (16) приводить до таких висновків :

- від’ємний зворотній зв’язок зменшує $K_{екв}$, а додатний збільшує (а при $K_n \cdot K_{зз} = 1$, $K_{екв} \rightarrow \infty$). При $K_n \cdot K_{зз} > 1$ та додатному зворотному зв’язку схема виконує функцію інвертора;
- при $K_n \cdot K_{зз} \gg 1$ значення $K_{екв}$ практично не залежить від K_n , а визначається зворотнім зв’язком :

$$K_{екв}(p) \approx \frac{K_n}{K_n \cdot K_{зз}} \approx \frac{1}{K_{зз}}. \quad (17)$$

Остання залежність широко використовується при конструюванні високостабільних пристроїв, які складаються з елементів із змінюваними коефіцієнтами. Від’ємний зворотній зв’язок зменшує нестабільність елементів.

При необхідності проводять перетворення структурних схем, приводять їх до необхідного виду за рахунок тотожних змінювань. Це значить, що початкова і кінцева структурні схеми повинні бути тотожними щодо перетворень сигналів. Таких перетворень може бути необмежена кількість, тому тут наводяться лише деякі загальні правила та характерні приклади.

Перенесення суматора назад чи вперед потребує введення додаткової передаточної функції (показана подвійними лініями) для того, щоб початкова та кінцева схеми були тотожними (рис. 4).

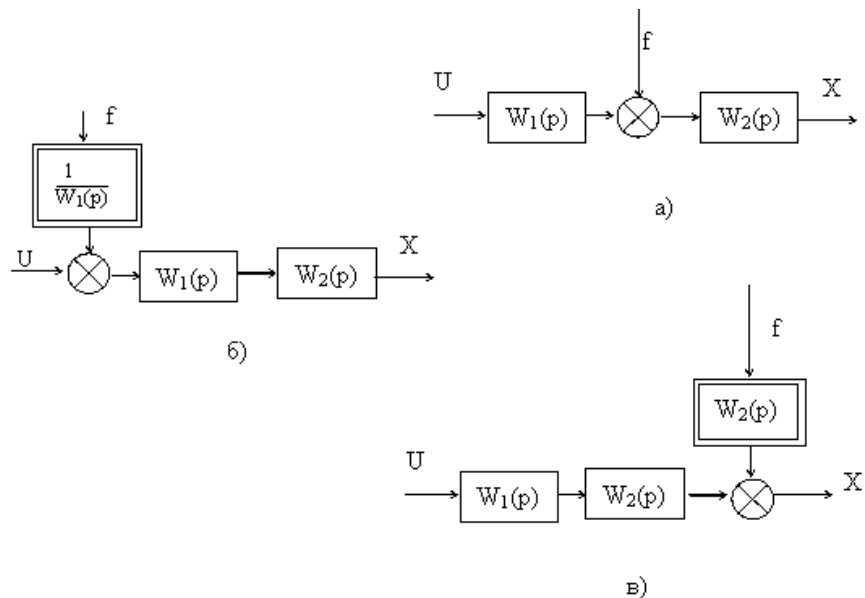


Рисунок 4 – Перенесення суматора, а) – початкова схема, б) – перенесення суматора назад, в) – перенесення суматора вперед

При перенесеннях, показаних на рис. 4 б, в необхідно зберегти проходження сигналу f лише через передаточну функцію $W_2(p)$, тобто введення додаткових передаточних функцій дає :

для схеми б) :

$$\frac{1}{W_1(p)} \cdot W_1(p) \cdot W_2(p) = W_2(p) \quad (18)$$

для схеми в) : $W_2(p)$. Ці перетворення стосуються лише сигналу f .

Перенесення точки (вузла) потребують змінювань структурної схеми, які зрозумілі з рис. 5.

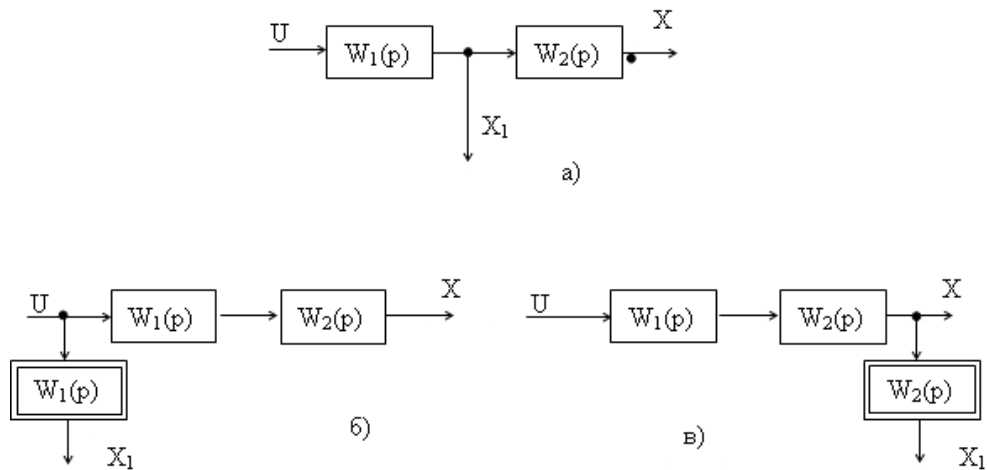


Рисунок 5 – Перенесення точки (вузла), *а)* – початкова схема, *б)* – перенесення назад, *в)* – перенесення вперед.

В більш складних структурних схемах часто доводиться проводити їх спрощення за рахунок усунення :

- прямих перехресних зв'язків;
- зворотніх перехресних зв'язків;
- прямих та зворотніх перехресних зв'язків.

Відповідні перетворення наведені на рис. 6 – 8, в результаті отримують структурну схему та відповідні еквівалентні передаточні функції. При перетвореннях структурних схем використовувались правила перенесення точок і суматорів, а також отримання еквівалентних передаточних функцій для типових схем з'єднань елементів.

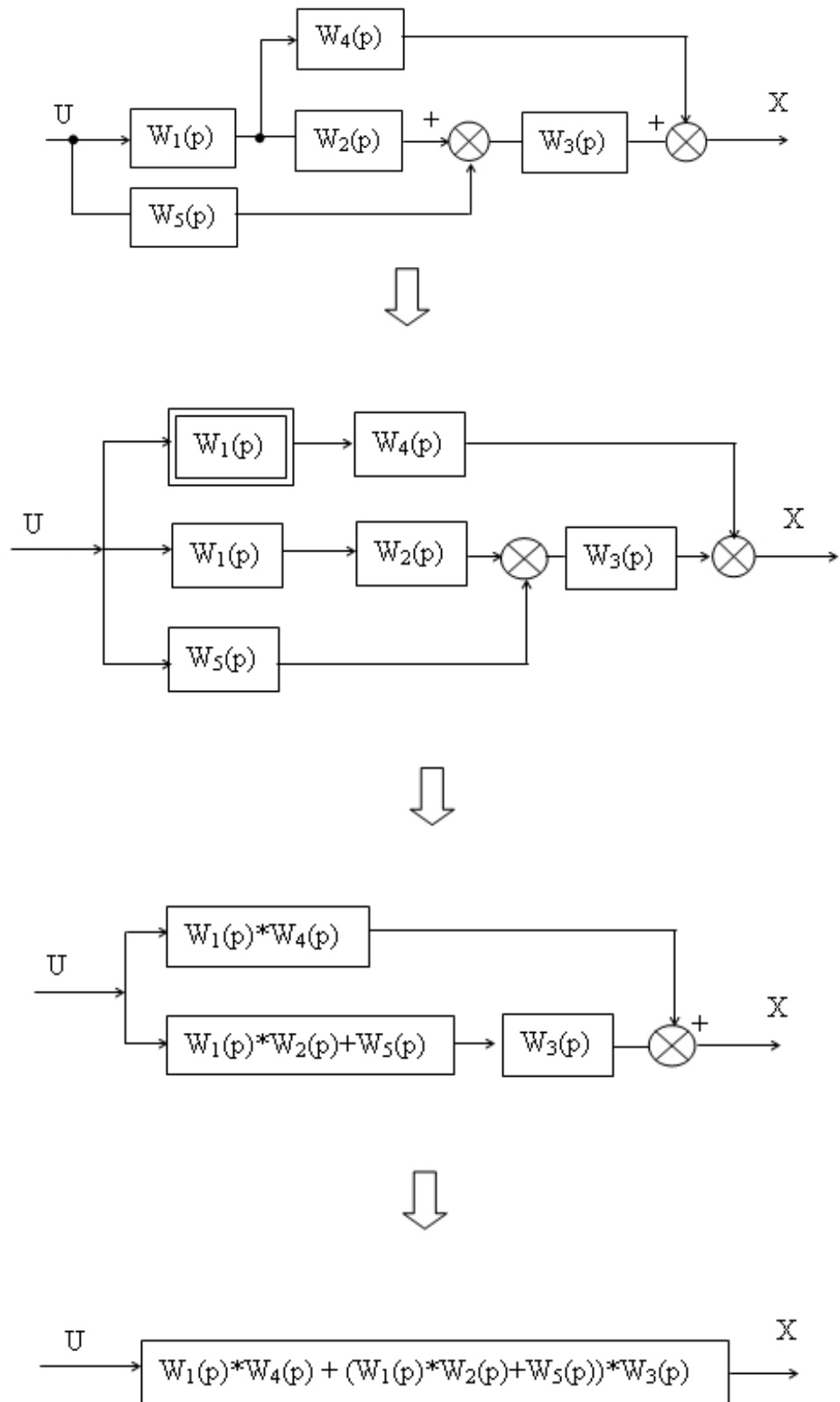


Рисунок 6 – Усунення прямих перехресних зв'язків

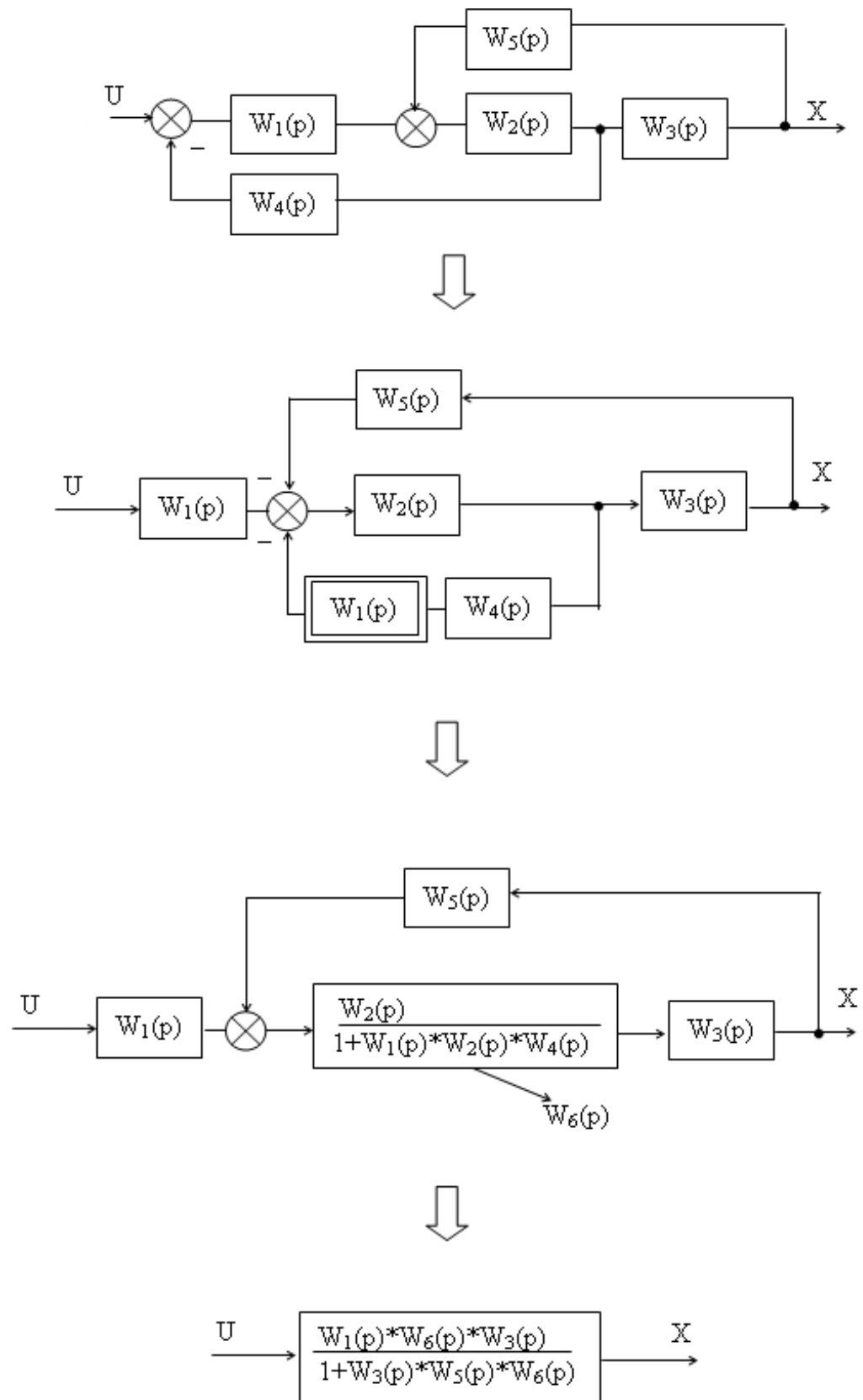
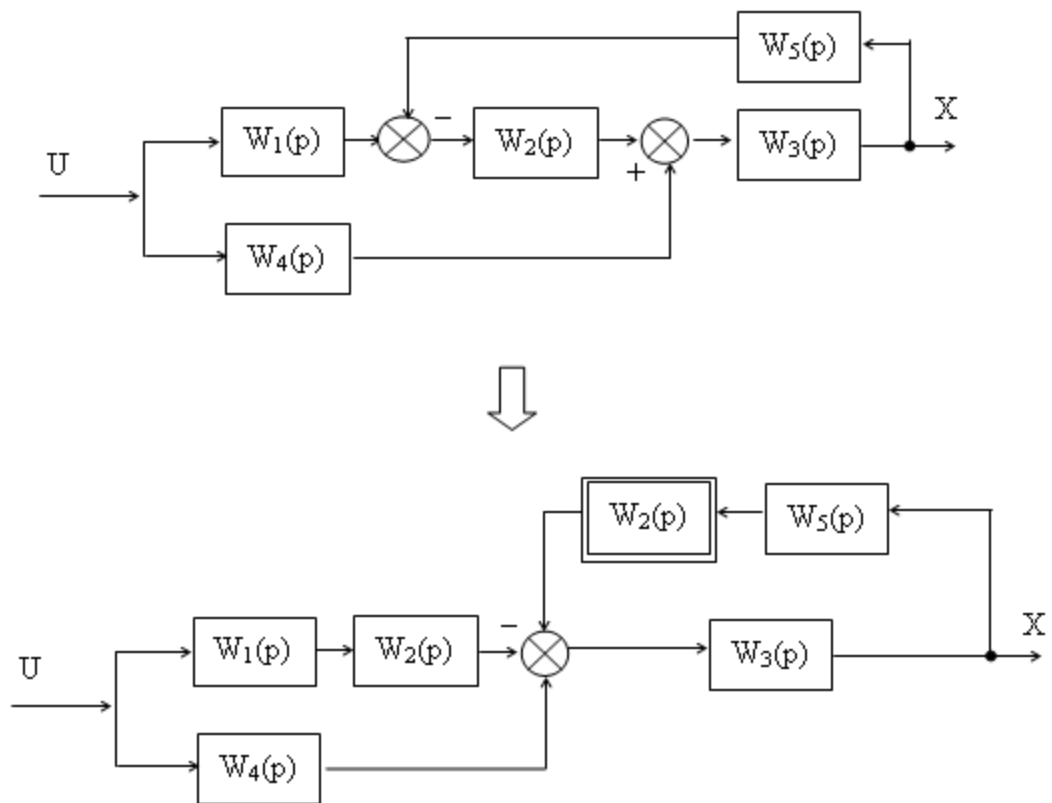


Рисунок 7 – Усунення зворотніх перехресних зв'язків



$$W_{екв}(p) = \frac{(W_1(p) \cdot W_2(p) + W_4(p)) \cdot W_3(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)}$$

Рисунок 8 – Усунення перехресних прямих і зворотніх зв'язків

2. Структурна схема та передаточні функції типової замкненої автоматичної системи регулювання

Ця схема є основою для розв'язання різних задач аналізу і синтезу, а її особливістю є те, що на ній вказуються передаточні функції автоматичного регулятора $W_{рег}(p)$ і об'єкта за каналами проходження сигналу керування $W_{ок}(p)$ та збурення $W_{озб}(p)$ (рис. 9). Інші функціональні елементи (датчики, виконавчі механізми, регулюючі органи) на цій схемі окремо не враховуються. При необхідності вони можуть включатись в схему за допомогою окремих передаточних функцій або приєднуватись до інших елементів, наприклад об'єкта.

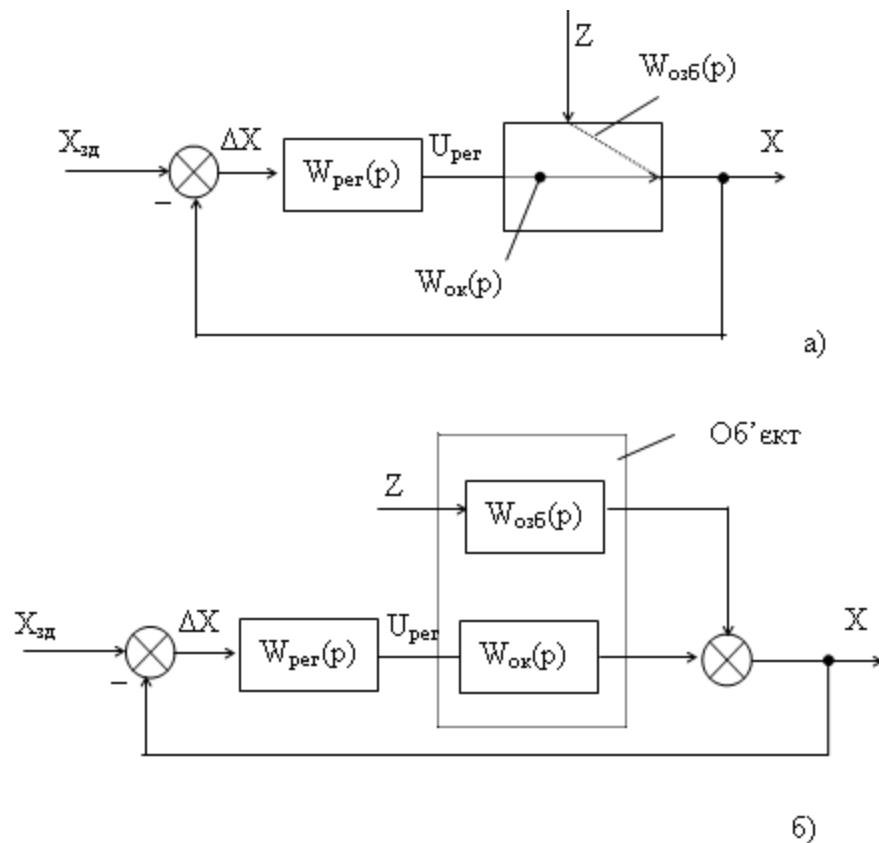


Рисунок 9 – Структурна схема АСР, а – спрощена, б – з виділенням каналів керування і збурення для об'єкта

В розрахунках АСР використовуються такі передаточні функції :

- відносно зміни завдання для регульованої координати: (цю передаточну функцію називають головною для замкненої системи):

$$W_{з\partial}(p) = \frac{X(p)}{X_{з\partial}(p)} ; \quad (19)$$

- відносно зміни завдання для похибки :

$$W_{з\partial}^{\Pi}(p) = \frac{DX(p)}{X_{з\partial}(p)} ; \quad (20)$$

- відносно збурення для регульованої координати :

$$W_{збур}(p) = \frac{X(p)}{Z(p)} ; \quad (21)$$

- відносно збурення для похибки :

$$W_{збур}^{\Pi}(p) = \frac{\Delta X(p)}{z(p)} . \quad (22)$$

Передаточні функції (19) – (22) виводяться на основі принципу суперпозиції, який справедливий лише для лінійних систем : можна окремо розглядати реакцію системи на один із сигналів, приймаючи інші рівними нулю. Загальна реакція системи буде сумою частинних реакцій. Вирази для відповідних передаточних функцій виводяться на основі залежностей, які характеризують проходження відповідних сигналів через передаточні функції.

Для отримання передаточної функції (19) приймаємо $Z = 0$. Тоді:

$$X(p) = W_{рег}(p) \cdot W_{ок}(p) \cdot \Delta X(p). \quad (23)$$

Позначимо:

$$W_{рег}(p) \cdot W_{ок}(p) = W_{роз}(p), \quad (24)$$

де $W_{роз}(p)$ – передаточна функція розімкненої системи.

Запишемо вираз для

$$\Delta X = X_{з\partial} - X(t) : \Delta X(p) = X_{з\partial}(p) - X(p) \quad (25)$$

і підставимо його в (23), тоді з урахуванням (24):

$$X(p) = W_{роз}(p) \cdot (X_{з\partial}(p) - X(p)), \quad (26)$$

звідки:

$$(1 + W_{роз}(p)) \cdot X(p) = W_{роз}(p) \cdot X_{з\partial}(p) \quad (27)$$

Передаточна функція замкненої системи:

$$W_{з\partial}(p) = \frac{X(p)}{X_{з\partial}(p)} = \frac{W_{роз}(p)}{1 + W_{роз}(p)}. \quad (28)$$

Передаточна функція (20) отримується так :

$$\Delta X(p) = X_{з\partial}(p) - X(p) = X_{з\partial}(p) - \Delta X(p) \cdot W_{роз}(p); \quad (29)$$

$$(1 + W_{роз}(p)) \cdot \Delta X(p) = X_{з\partial}(p);$$

$$W_{з\partial}^{\Pi}(p) = \frac{\Delta X(p)}{X_{з\partial}(p)} = \frac{1}{1 + W_{роз}(p)}. \quad (30)$$

Для отримання передаточних функцій (21),(22) використовуємо попередні вирази за умови $X_{з\partial}(p) = 0$. Тоді при дії збурення $Z(p)$ змінювання $X(p)$ буде:

$$X(p) = W_{озб}(p) \cdot Z(p) - X(p) \cdot W_{роз}(p); \quad (31)$$

$$(1 + W_{poz}(p)) \cdot X(p) = W_{ozb}(p) \cdot Z(p). \quad (32)$$

Передаточна функція (21) буде :

$$W_{збур}(p) = \frac{X(p)}{Z(p)} = \frac{W_{ozb}(p)}{1 + W_{poz}(p)}. \quad (33)$$

Передаточна функція системи для похибки виводиться так (при $X_{zd}(p) = 0$):

$$\Delta X(p) = -X(p) = -(\Delta X(p) \cdot W_{poz}(p) + Z(p) \cdot W_{ozb}(p)) \quad (34)$$

звідки :

$$(1 + W_{poz}(p)) \cdot X(p) = -W_{ozb}(p) \cdot Z(p) \quad (35)$$

Передаточна функція (22) буде :

$$W_{збур}^{\Pi}(p) = \frac{\Delta X(p)}{Z(p)} = -\frac{W_{ozb}(p)}{1 + W_{poz}(p)} \quad (36)$$

Таким чином всі чотири передаточні функції мають однаковий знаменник, а також всі вони включають передаточні функції об'єкта за різними каналами та автоматичного регулятора. Виходячи з цього, необхідно чітко засвоїти: властивості системи однаково залежать від властивостей як об'єкта, так і автоматичного регулятора, тому в наступних розділах розглядаються характеристики об'єктів та автоматичних регуляторів. Між різними передаточними функціями системи можна виявити такі взаємозв'язки :

$$W_{zd}^{\Pi}(p) = 1 - W_{zd}(p); \quad W_{збур}^{\Pi}(p) = -W_{збур}(p) \quad (37)$$

На основі принципу суперпозиції для замкненої лінійної АСР можна записати :

$$X(p) = W_{zd}(p) \cdot X_{zd}(p) + W_{збур}(p) \cdot Z(p) \quad (38)$$

$$\Delta X(p) = W_{zd}^{\Pi}(p) \cdot X_{zd}(p) + W_{збур}^{\Pi}(p) \cdot Z(p) \quad (39)$$

3. Загальні умови стійкості

В автоматичних системах повинні виконуватись умови стійкості. **Стійкість** автоматичних систем – це їх властивість повертатись в початковий стан після того, коли будь-яка дія вивела систему з цього стану. Ознакою стійкості є збіжні перехідні процеси, наприклад для систем стабілізації

$$\Delta X(t) = X_{\text{зд}}(t) - X(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, \quad (40)$$

де $X_{\text{зд}}(t), X(t)$ - відповідно задане та поточне значення регульованої координати

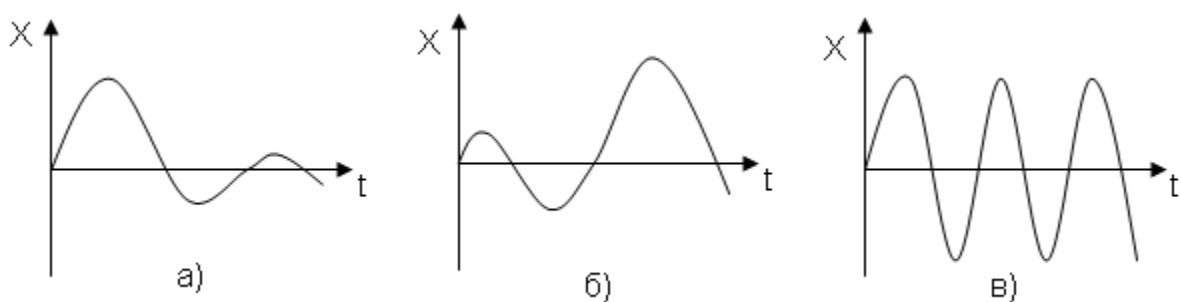


Рисунок 10 – Перехідні процеси системи: а) – стійкої; б) – нестійкої; в) – на межі стійкості

Лінійна АСР може знаходитись в трьох станах: бути стійкою, нестійкою та на межі стійкості (рис.10). Варто відзначити, що коли лінійна АСР знаходиться в одному з двох останніх станів, вона непрацездатна. Важливо також відзначити, що форма перехідного процесу, а також його показники (амплітуда, тривалість) при оцінці стійкості значення не мають, головне – перехідні процеси повинні бути збіжними. Виходячи з цього, можна зробити висновок, що стійкість АСР є умовою необхідною, але недостатньою, але в задачах аналізу і синтезу АСР в першу чергу оцінюється стійкість системи. Умова (40) відповідає стійкості системи в усталеному стані. В реальних умовах на систему постійно діють збурення, тому умова стійкості може відповідати вимозі: регульована координата повинна бути обмеженою при дії обмежених за величиною збурень. В задачах аналізу та синтезу проблема стійкості ставить не лише визначення цієї оцінки, а також факторів, від яких залежить стійкість.

Враховуючи, що стійкість лінійних АСР залежить від вільного руху системи, можна записати відповідне однорідне диференціальне рівняння:

$$a_n \frac{d^n X}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} X}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dX}{dt} + a_0 X = 0 . \quad (41)$$

Змушена складова руху системи, яка відповідає певному виду зовнішньої дії, на стійкість не впливає. Тоді математичним визначенням стійкості є:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0 . \quad (42)$$

Зрозуміло, що вихідна змінна системи буде наближатись до змущеної складової, яка визначається правою частиною диференціального рівняння, а при виконанні умови (42) стійкість називається **асимптотичною**. Тоді для нестійкої системи

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = \infty . \quad (43)$$

На межі стійкості в системі виникає перехідний процес з постійною амплітудою (рис.10, в).

Вільна (перехідна) складова перехідного процесу, яка визначає стійкість системи, є розв'язком диференціального рівняння (41):

$$X_n(t) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot e^{\lambda_i t} , \quad (44)$$

де: C_i - постійні інтегрування, які залежать від початкових умов; λ_i - корені характеристичного рівняння:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (45)$$

Таким чином $X_n(t)$ має суму складових, кількість яких визначається порядком системи n . В загальному випадку в рівнянні (45) оператор p замінюється на комплексну змінну λ . Тоді корені рівняння (45) є комплексними та утворюють пари спряжених комплексних чисел λ

$$\lambda_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\beta_i . \quad (46)$$

Дійсна частина кореня α_i може бути додатною або від'ємною. Перехідна складова $X_n(t)$ прямує до нуля лише тоді, коли кожна складова $C_i \cdot e^{\lambda_i t} \rightarrow 0$.

Тоді можна визначити залежність стійкості системи від коренів характеристичного полінома:

- корені дійсні: $X_{1,2} = \pm\alpha$. Якщо $\alpha < 0$, то в системі виникає неколивальний (аперіодичний) перехідний процес, який при $t \rightarrow \infty$ прямує до нуля, тобто система стійка. При $\alpha > 0$ перехідний процес розбіжний, тобто система нестійка (рис.11, а);
- корені комплексні попарно спряжені (рис.11, б) викликають коливальний перехідний процес, причому при $\alpha < 0$ - збіжний;
- корені уявні (рис.11, в) відповідають перехідному процесу у вигляді синусоїди (система на межі стійкості)

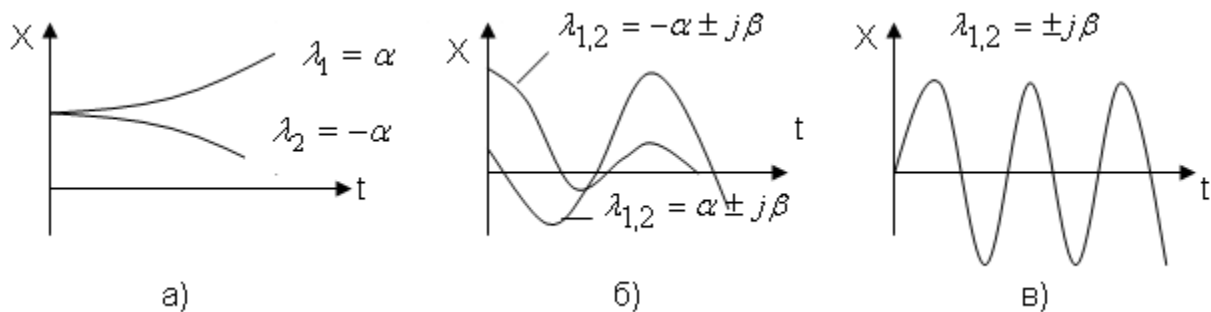


Рисунок 11 – Залежність $X_n(t)$ від коренів характеристичного полінома

Може бути також нульовий корінь, тоді значення X приймає постійну величину.

Таким чином, узагальнимо:

- перехідний процес в системі – сума коливальних та аперіодичних складових, при цьому кожна коливальна складова відповідає парі комплексних спряжених коренів, а кожна аперіодична складова – дійсному кореню;
- загальною умовою загасання всіх складових і перехідного процесу в цілому є від’ємність дійсних частин всіх коренів характеристичного рівняння системи, тобто полюсів (нулів знаменника) передаточної функції системи;
- якщо є хоча б один корінь з додатною дійсною частиною, то йому відповідає розбіжна складова перехідного процесу, тобто система нестійка;
- при наявності уявних коренів характеристичного рівняння в системі виникають незагасаючі коливання з частотою, яка дорівнює β_i - границя

стійкості.



Рисунок 12 – Розташування коренів характеристичного рівняння на комплексній площині

Розташування коренів характеристичного полінома на комплексній площині показано на рис. 12. Для стійкості системи всі корені повинні лежати в лівій напівплощині (бути “лівими”), а уявна вісь є межею стійкості. На межі стійкості може розташовуватись нульовий корінь або пара чисто уявних коренів. Необхідною, але недостатньою, умовою стійкості є додатність всіх коефіцієнтів характеристичного полінома.

Для отримання характеристичного полінома можна використовувати передаточні функції системи, наприклад для замкненої системи відносно зміни завдання:

$$W_{zd}(p) = \frac{W_{poz}(p)}{1 + W_{poz}(p)} . \quad (47)$$

Подамо $W_{poz}(p)$ у вигляді:

$$W_{poz}(p) = \frac{R(p)}{Q(p)} , \quad (48)$$

тоді

$$W_{zd}(p) = \frac{\frac{R(p)}{Q(p)}}{1 + \frac{R(p)}{Q(p)}} = \frac{R(p)}{Q(p) + R(p)} = \frac{R(p)}{D(p)} , \quad (49)$$

де D – характеристичний поліном, який співпадає з лівою частиною рівняння системи (41).

Розв'язуючи проблему стійкості, знаходять відповіді на ряд частинних питань:

- визначають структуру системи, в якій забезпечується стійкість;
- оцінюють межі змінювання параметрів системи, за яких вона зберігає стійкість та їх критичні значення, які виводять систему на межу стійкості (будують область стійкості);
- формують ряд додаткових заходів щодо збереження чи забезпечення стійкості, наприклад введення додаткових елементів чи зв'язків.

Таким чином, стійкість системи визначають на основі аналізу перехідного процесу або коефіцієнтів та коренів характеристичного поліному. В теорії автоматичного керування є ще один ефективний метод оцінки стійкості – використання **критеріїв** стійкості – узагальнених показників, які не потребують розв'язувати рівняння системи. Використовуються **алгебраїчні** та **частотні критерії**.

4. Алгебраїчні критерії стійкості

Алгебраїчні критерії встановлюють необхідні та достатні умови стійкості на основі визначників, складених з коефіцієнтів характеристичного рівняння системи. Англійський математик Є.Раус (1877 р.) та швейцарський математик А.Гурвіц (1893 р.) в різній формі запропонували критерій, згідно якого умови стійкості зводяться до виконання нерівностей, які зв'язують коефіцієнти рівняння системи. Для розв'язання прикладних задач ці критерії об'єднують в один – Рауса-Гурвіца. В загальному випадку ці критерії призначались для розв'язання чисто математичної задачі – дослідження стійкості розв'язків лінійного диференціального рівняння. Вище було показано, що за допомогою такого рівняння описується поведінка лінійної АСР.

На основі характеристичного полінома:

$$D(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 \quad (50)$$

складається визначник:

$$\Delta_n = \begin{array}{ccccccc} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \dots & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & a_3 & a_1 & 0 & \\ 0 & 0 & \dots & a_4 & a_2 & a_0 & \end{array} \quad (51)$$

Вираз (51) називається визначником Гурвиця і при його складанні виконуються правила:

- визначник має n рядків та n стовпців, в першому рядку розташовуються “непарні” коефіцієнти, після чого рядок доповнюється до числа n нулями;
- другий рядок включає всі “парні” коефіцієнти і також доповнюється нулями до числа n ;
- третій та четвертий рядки отримують зсувом вправо відповідно першого та другого рядків на один елемент, а зліва проставляється нуль. Аналогічно отримують і наступні рядки;
- в головній діагоналі визначника розташовуються всі коефіцієнти, крім a_n .

Критерій стійкості Рауса-Гурвиця формулюється так: автоматична система, яка описується характеристичним поліномом (50) стійка, якщо при $a_n > 0$ визначник Δ_n та всі його діагональні мінори **додатні**. (Мінор – визначник, складений з елементів, розташованих на перетині будь-яких k рядків та k стовпців визначника). У виразі (51) мінори виділені пунктиром.

Останній стовпець визначника Δ_n має лише один елемент $a_0 > 0$, тому використовується відома залежність:

$$\Delta_n = a_0 \cdot \Delta_{n-1}, \quad (52)$$

яка розпадається на дві за умови $\Delta_n = 0$: $a_0 = 0, \Delta_{n-1} = 0$. Коли $\Delta_n = 0$, система знаходиться на **межі стійкості**. При цьому при $a_0 = 0$ існує один нульовий

корінь (аперіодична межа стійкості), а при $\Delta_{n-1} = 0$ існує пара уявних коренів (коливальна межа стійкості).

Розглянемо використання алгебраїчного критерія для системи різних порядків. Для системи **першого** порядку характеристичний поліном має вигляд:

$$D(\lambda) = a_1\lambda + a_0, \quad (53)$$

а умова стійкості:

$$\Delta_1 = a_0, a_1 > 0. \quad (54)$$

Для системи **другого** порядку:

$$D(\lambda) = a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0, \quad (55)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_0 \end{vmatrix} = a_1a_0 > 0, \Delta_1 = a_1, a_2 > 0, a_0 > 0, \quad (56)$$

Таким чином, для системи першого і другого порядків необхідною і достатньою умовою стійкості є додатність всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння.

Для системи **третього** порядку:

$$D(\lambda) = a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0, \quad (57)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}. \quad (58)$$

Умови стійкості:

$$a_3 > 0, \Delta_1 = a_2 > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_2a_1 - a_0a_3 > 0, \Delta_3 = a_0\Delta_2 > 0. \quad (59)$$

Остання нерівність за умови $a_0 > 0$ потребує $\Delta_2 > 0$. Таким чином, для системи 3-го порядку забезпечення стійкості вимагає не лише додатності всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння, а й певного співвідношення між ними.

Для системи **четвертого** порядку:

$$D(\lambda) = a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0. \quad (60)$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}. \quad (61)$$

Умова стійкості:

$$a_4 > 0; \Delta_1 = a_3 > 0; \Delta_2 = a_2 a_3 - a_1 a_4 > 0; \\ \Delta_3 = a_1 \Delta_2 - a_3 \begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ a_4 & 0 \end{vmatrix} = a_1 \Delta_2 - a_3^2 a_0 > 0; \Delta_4 = a_0 \Delta_3 > 0 \quad (62)$$

Для систем високих порядків ($n \geq 3$) використання алгебраїчного критерія Рауса-Гурвиця стає незручним і потребує громіздких виразів. Крім того, цей критерій не дає можливості визначити, які заходи необхідно здійснити для забезпечення стійкості.

В теорії автоматичного керування використовується також алгебраїчний критерій Ляпунова-Шіпара (1914 р.), який спрощує використання критерія Рауса-Гурвиця. Доведено, що необхідною і достатньою умовою стійкості при $a_i > 0$ є вимога додатності всіх визначників з парними індексами $\Delta_2 > 0, \Delta_4 > 0 \dots$ або всіх визначників з непарними індексами $\Delta_1 > 0, \Delta_3 > 0 \dots$.

5. Частотні критерії стійкості

Один з частотних критеріїв був запропонований в 1932 р. американським фізиком Х.Найквістом, який досліджував властивості електронних підсилювачів із зворотніми зв'язками. Цей критерій потім став одним з найбільш уживаних при дослідженнях стійкості автоматичних систем.

На відміну від інших критеріїв, заснованих на аналізі характеристичного рівняння системи, цей критерій використовує амплітудно-фазову характеристику розімкненої системи $W_{роз}(j\omega) = W_{рег}(j\omega) \cdot W_{ок}(j\omega)$, тобто послідовне з'єднання (добуток) відповідних характеристик і передаточних функцій автоматичного регулятора і об'єкта по каналу керування. Саме це забезпечує наочність та зручність використання критерія, можна застосовувати експериментальні динамічні характеристики об'єкта. Цей критерій особливо

зручний для одноконтурних систем, які можна представити у вигляді типових ланок.

Основне застосування критерія Найквіста відноситься до систем, які є стійкими в **розімкненому** стані, що виконується в більшості випадків для технологічних об'єктів. Для цього випадку критерій Найквіста формулюється так: автоматична система керування стійка, якщо амплітудно-фазова характеристика розімкненої системи $W_{роз}(j\omega)$ не охоплює точку з координатами $(-1; j0)$ (рис.13).

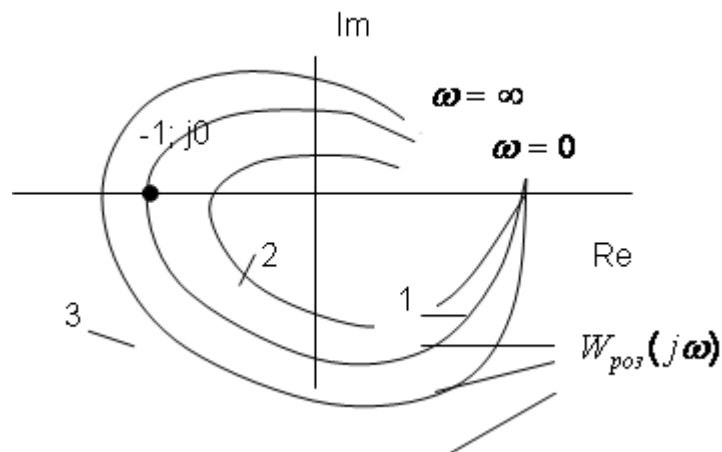


Рисунок 13 – Амплітудно-фазові характеристики розімкненої системи (статичної)

Годограф 1 відповідає стійкій системі, 3 – нестійкій, 2 – на межі стійкості. Цей випадок справедливий для статичних систем. Для астатичних систем відповідні характеристики наведені на рис.14.

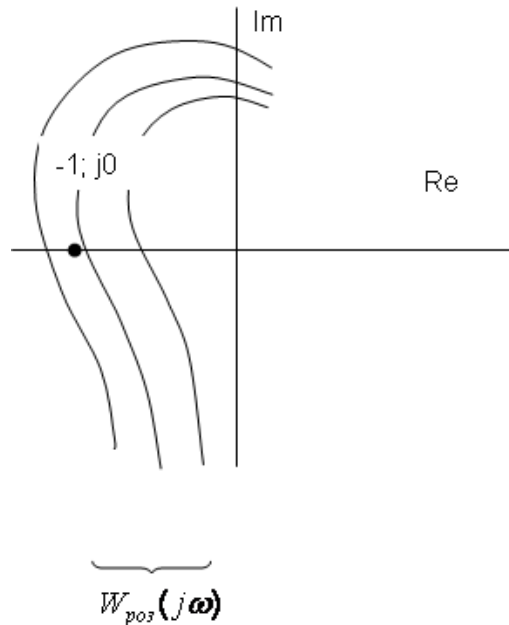


Рисунок 14 – Амплітудно-фазові характеристики розімкненої системи (астатичної)

При подальшому аналізі використовуються такі значення частоти:

- частота зрізу, коли $A(\omega)$ (модуль $W_{poz}(j\omega)$) $= 1 - \omega_{zp}$;
- частота, при якій фазовий зсув $\phi(\omega) = -\pi - \omega_{\pi}$.

Тоді умова знаходження системи на межі стійкості буде:

$$\omega_{zp} = \omega_{\pi} . \quad (63)$$

Якщо проаналізувати проходження гармонійного сигналу через систему, то роль особливої точки $(-1; j0)$ полягає в тому, що:

- вона відповідає перетворенню від'ємного зворотнього зв'язку в додатній;
- вона є межею між режимами підсилення і ослаблення зовнішнього сигналу системою.

Може бути випадок, коли системи є **нестійкою**, в розімкненому стані. Тоді критерій Найквіста формулюється так: АСР буде стійкою, коли $W_{poz}(j\omega)$ охоплює $\ell/2$ разів точку з координатами $(-1; j0)$, ℓ - число правих коренів характеристичного рівняння розімкненої системи.

Критерій Найквіста зручно використовувати для аналізу систем, які мають в своїй структурі ланки запізнювання. В цьому випадку АФХ розімкненої системи можна подати у вигляді:

$$W_{роз}(j\omega) = W_{осн}(j\omega) \cdot e^{-j\omega\tau_{зн}}, \quad (64)$$

де $W_{осн}(j\omega)$ – АФХ основних елементів системи;

$e^{-j\omega\tau_{зн}}$ – АФХ ланки запізнювання.

Наявність ланки запізнювання погіршує, як правило, стійкість і існує критичне запізнювання, при якому система виходить на межу стійкості – $\omega_{зн}^{кр}$.

5.1. Частотний критерій стійкості А.В.Михайлова

Частотний критерій стійкості А.В.Михайлова (1936 р.) заснований на аналізі характеристичного полінома системи, в який підставляється $\lambda = j\omega$:

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0. \quad (65)$$

Вираз (65) можна подати у вигляді суми дійсної та уявної частини:

$$D(j\omega) = U_D(\omega) + jV_D(\omega), \quad (66)$$

де $U_D(\omega)$ – дійсна частина, складена з членів з парними степенями ω ;

$V_D(\omega)$ – уявна частина, яка утримує члени з непарними степенями ω .

Кожному фіксованому значенню ω відповідає комплексне число, яке можна зобразити вектором на комплексній площині. При змінюванні ω від 0 до ∞ цей вектор описує криву, яка називається годограф Михайлова. За видом годографа можна оцінювати стійкість системи. При $\omega = 0$ функція $D(j\omega) = a_0$, що впливає з виразу (65), а при $\omega \rightarrow \infty$ функція $D(j\omega)$ необмежено зростає, але проходить різну кількість квадрантів в залежності від порядку системи.

Критерій стійкості Михайлова формулюється так: автоматична система керування, якій відповідає рівняння (65), стійка, якщо при змінюванні ω від 0 до ∞ годограф $D(j\omega)$ огинає проти годинникової стрілки початок координат та проходить n квадрантів (n – порядок системи). Якщо система знаходиться на

межі стійкості, то годограф проходить через початок координат (це відповідає наявності пари спряжених коренів).

На рис. 15 годограф 1 відповідає стійкій системі ($n=4$), 2 – на межі стійкості, 3 – нестійкій. При практичному використанні годографа Михайлова спочатку знаходять точки перетину його з координатними осями: при $U_D(\omega) = 0$ знаходять частоту, коли $D(j\omega)$ пересікається з уявною віссю і підставляють її значення у вираз для $V_D(\omega)$. Коли знайдено умови, за яких $D(j\omega)$ перетинає осі координат, тобто знайдено нулі $U_D(\omega)$ і $V_D(\omega)$, то повністю годограф будувати не потрібно: стійкість має місце, якщо нулі $U_D(\omega)$ та $V_D(\omega)$ чергуються з ростом ω , починаючи з $\omega = 0$, тобто $V_D(\omega) = 0$, а $U_D(\omega) > 0$.

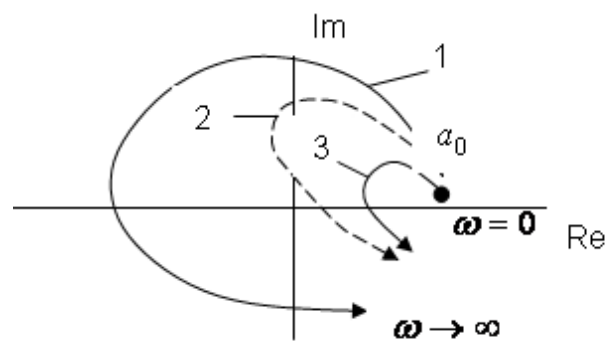


Рисунок 15 – Годограф Михайлова

Якщо систему можна розбити на ланки, то годограф $D(j\omega)$ можна отримати за правилами перемноження векторів.

Для оцінки стійкості системи можна використовувати також **логарифмічні частотні характеристики**. Це засновано на висновках, які випливають з критерія стійкості Найквіста: система буде стійкою тоді, коли при досягненні фазовою частотною характеристикою значення -180° логарифмічна частотна характеристика буде від'ємною (криві 1, рис. 16).

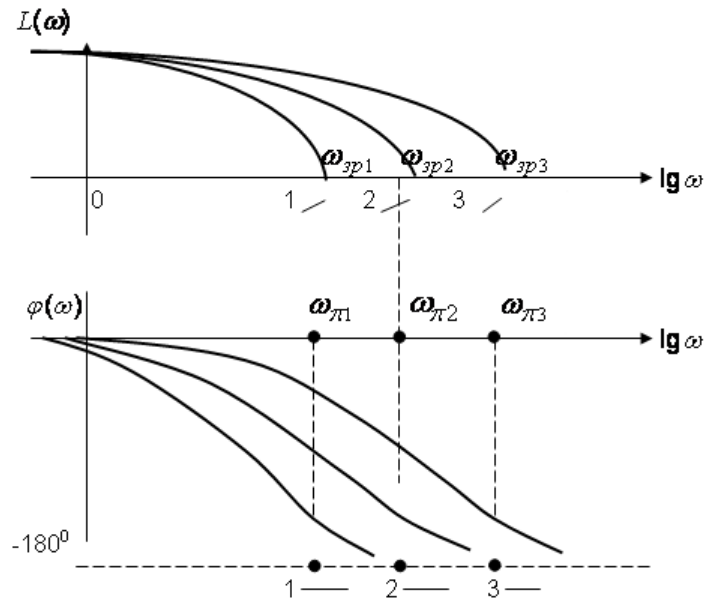


Рисунок 16 – Логарифмічні частотні характеристики статичної системи

Це значить, що АФХ розімкненої системи не охоплює точку $(-1; j0)$. Кривим 3 рис.16 відповідає нестійка система, 2 – на межі стійкості.

5.2. Область стійкості. Запас стійкості. Частотний критерій Найквіста

Реальні системи повинні бути не лише стійкими, а й забезпечувати **запас стійкості**, тобто зберігати стійкість при змінюваних умовах роботи та параметрів системи. Фактично це означає, що система за своїми властивостями повинна бути на певній відстані від межі стійкості. Запас стійкості встановлюється в зв'язку з тим, що:

- розрахунок системи приводиться з використанням спрощених, ідеалізованих моделей, які не враховують ряд факторів, важливих для роботи системи;
- проводиться лінеаризація математичних залежностей, а саме нелінійності відіграють суттєву роль при роботі системи;
- параметри окремих елементів, особливо об'єкта, можуть значно змінюватись в процесі роботи, наприклад коефіцієнти теплопередачі.

Наведені фактори приводять до того, що стійка системи за розрахунками при практичному використанні може виявитись нестійкою.

Запас стійкості можна оцінювати за розташуванням коренів характеристичного рівняння на комплексній площині: чим далі вліво від уявної осі будуть розташовані корені, тим більшим буде запас стійкості. Для оцінки запасу стійкості можна використовувати і частотний **критерій Найквіста**, а саме – за віддаленням АФХ розімкненої системи $W_{роз}(j\omega)$ від “небезпечної” точки $(-1; j0)$ на комплексній площині. Кількісно оцінюють запас стійкості системи за амплітудою (модулем) та фазою. Запас стійкості за амплітудою (модулем) показує, на скільки можна збільшити коефіцієнт передачі системи, щоб вона вийшла на межу стійкості. При розрахунках цей запас береться подвійним. Запас стійкості по фазі показує, на скільки повинно зрости запізнювання на частоті зрізу $\omega_{зр}$, щоб система вийшла на межу стійкості. При розрахунках приймається запас по фазі $\geq 30^\circ$.

При створенні та експлуатації автоматичних систем часто необхідно визначати вплив змінюваних параметрів системи на стійкість. Область стійкості будується в координатах, якими є змінювані параметри і виділяє простір, в кожній точці якого система стійка. Лінія або поверхня, які обмежують область стійкості, є межею області. Коли змінюваних параметрів два, наприклад $K_{рег}$ і T_i для ПІ-регулятора, тоді область стійкості виділяється на площині $K_{рег} - T_i$. Для позначення області стійкості лінія (межа стійкості) штрихується, при цьому штриховка направляється всередину області. Межа області може будуватись шляхом багатократного застосування одного з критеріїв стійкості при різних значеннях змінюваних параметрів.

Розглянемо приклад побудови області стійкості для статичної системи третього порядку, передаточна функція якої задана у вигляді:

$$W(p) = \frac{K_1 K_2 K_3}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}, \quad (67)$$

що відповідає трьом послідовно з'єднаним аперіодичним ланкам з коефіцієнтами передачі K_i та постійними часу T_i , $i = \overline{1,3}$. Характеристичний поліном системи приймає вигляд:

$$D(\lambda) = K_1 K_2 K_3 + (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1) \quad (68)$$

або

$$D(\lambda) = a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0, \quad (69)$$

де

$$a_3 = T_1 T_2 T_3; a_2 = T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_1 T_3; a_1 = T_1 + T_2 + T_3; a_0 = 1 + K_1 K_2 K_3 \quad (70)$$

Позначимо:

$$K_1 K_2 K_3 = K, \quad (71)$$

де K – коефіцієнт передачі системи.

Для визначення області та межі стійкості можна застосувати алгебраїчний критерій Рауса-Гурвиця, тоді умовою стійкості буде:

$$T_1 T_2 T_3 > 0 \quad (72)$$

$$T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_1 T_3 > 0 \quad (73)$$

$$T_1 + T_2 + T_3 > 0 \quad (74)$$

$$1 + K > 0 \quad (75)$$

Будемо вважати, що змінюваними параметрами є T_1 та K , тоді область стійкості будується в площині цих параметрів (рис.17).

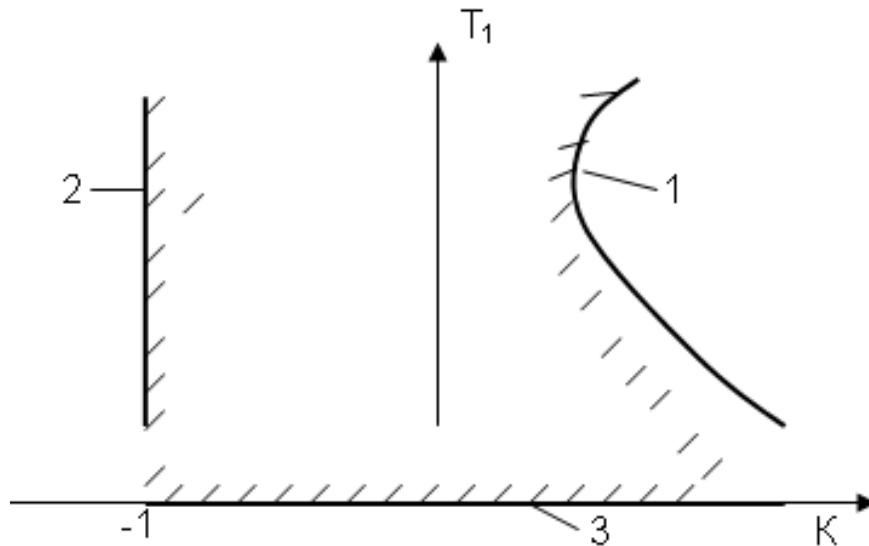


Рисунок 17 – Область стійкості системи

Рівняння (71) – (73) не мають особливої цінності, тому що в реальних системах завжди розглядаються додатні значення T_1 , T_2 , T_3 . Рівняння (75)

показує, що K за абсолютним значенням повинно бути менше одиниці, тобто система втратить стійкість при наявності додатного, а не від'ємного зворотнього зв'язку. Коли K зростає, система також виходить на межу стійкості, а потім стає нестійкою, що видно з виразу для визначника Δ_3 :

$$a_2a_1 - a_3a_0 = (T_1T_2 + T_2T_3 + T_1T_3)(T_1 + T_2 + T_3) - T_1T_2T_3(1 + K) > 0 \quad (76)$$

З цього виразу можна отримати значення критичного коефіцієнта передачі системи:

$$K_{кр} = (T_1 + T_2 + T_3) \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \right) - 1. \quad (77)$$

Для стійкої системи $K < K_{крит}$. Межа 1 для області стійкості (рис. 17) відповідає умові (77) для різних значень змінюваного параметра T_1 , при яких $K = K_{кр}$. Межа 2 відповідає умові

$$K + 1 > 0, K = 1 \quad (78)$$

Межа 3 відповідає умові $T_1=0$.

Необхідно підкреслити ще раз, що збільшення коефіцієнта передачі системи підвищує її точність, але може привести до втрати стійкості. Цікавою особливістю є те, що критичне значення коефіцієнта передачі $K_{кр}$ не залежить від абсолютних значень постійних часу, а визначається лише їх відношенням (вираз (75)).

5.3. Логарифмічні амплітудно- та фазо-частотні характеристики

Логарифмічні амплітудно- та фазо-частотні характеристики (ЛАЧХ та ЛФЧХ) розімкнutoї САК, що утворюють діаграму Бode (дозволяють оцінити абсолютну та відносну стійкість – запаси по модулю та фазі замкнутої САК, а також полосу пропускання контура, частоту резонансу та інші характеристики)

ЛАЧХ визначають виразом:

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg A(\omega). \quad (79)$$

В табл. 5.1 приведено відношення, що зв'язують модуль частотної передаточної функції $A(\omega)$ та її логарифмічний еквівалент $L(\omega)$, який виражається в децибелах.

Таблиця 5.1

$A(\omega)$	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000
$L(\omega), \text{дБ}$	-60	-40	-20	0	20	40	60

ЛАЧХ будують в системі координат, де по осі ординат в лінійному масштабі вказується величина ЛАЧХ в децибелах, а по осі абсцис в логарифмічному масштабі вказується частота ω в с^{-1} . Частоту $\omega = 1/T$, при якій відбувається зміна нахилу асимптотичної ЛАЧХ, називають частотою зламу або или сопрягающою частотою.

ЛФЧХ визначають виразом:

$$\psi(\omega) = \arctg \left[\frac{V(\omega)}{U(\omega)} \right], \quad (1)$$

де $V(\omega)$ – мніма частотна характеристика: $V(\omega) = \text{Im } W(j\omega)$; $U(\omega)$ – дійсна частотна характеристика: $U(\omega) = \text{Re } W(j\omega)$.

Таблиця 5.2 – Модулі та аргументи, що відповідають співмножникам передавальної функції

Співмножник	$A(\omega)$	$\psi(\omega)$
k	k	0
p	ω	$\frac{\pi}{2}$
p^2	ω^2	π
$Tp+1$	$\sqrt{1+T^2\omega^2}$	$\arctg T\omega$
$Tp-1$	$\sqrt{1+T^2\omega^2}$	$\pi - \arctg T\omega$
$1-Tp$	$\sqrt{1+T^2\omega^2}$	$-\arctg T\omega$

Співмножник	$A(\omega)$	$\psi(\omega)$
$T^2 p^2 + 1$	$ 1 - T^2 \omega^2 $	$0, \omega < \frac{1}{T}$ $\pi, \omega > \frac{1}{T}$
$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1$	$\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}$	$\arctg \frac{2\xi \omega T}{1 - T^2 \omega^2}, \omega < \frac{1}{T}$ $\pi + \arctg \frac{2\xi \omega T}{1 - T^2 \omega^2}, \omega \geq \frac{1}{T}$

Розглянемо частотні характеристики розімкнутої системи для двох випадків.

Система в розімкнутому стані стійка.

Це означає, що годограф Найквиста (рис 18а) такої системи не перетинає відрізок $(-\infty; -1)$. САК в розімкнутому стані буде стійка, якщо частота зрізу ω_c ЛАЧХ розімкнутої системи менше частоти, при якій ЛФЧХ досягає значення $-\pi$, тобто при позитивних значеннях ЛАЧХ до частоти зрізу ЛФЧХ не повинна досягати кута $-\pi$. Діаграма Боде стійкої системи приведена на рис. 18б.

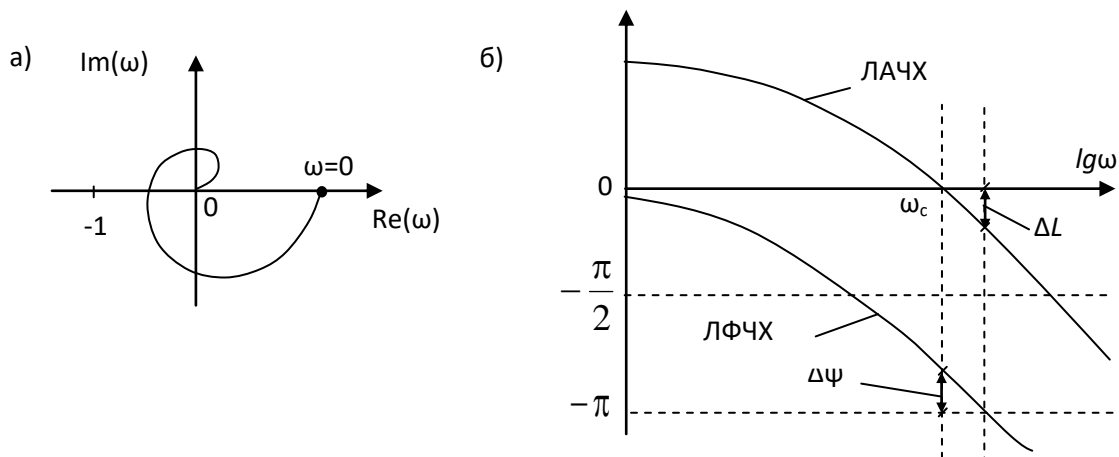


Рисунок 18 – Годограф Найквиста та логарифмічні частотні характеристики стійкості системи при відсутності правих коренів розімкнутої САК

Розімкнена система нестійка.

Логарифмічний критерій стійкості полягає в наступному: для того, щоб замкнута система була стійкою, необхідно і достатньо, щоб при позитивних значеннях ЛАЧХ до частоти зрізу, кількість переходів прямої $-\pi$ ЛФЧХ було рівним нулю (тобто кількість позитивних переходів повинно бути рівним кількості від'ємних переходів). Годограф Найквиста та діаграма Боде стійкої системи приведені на рис. 19.

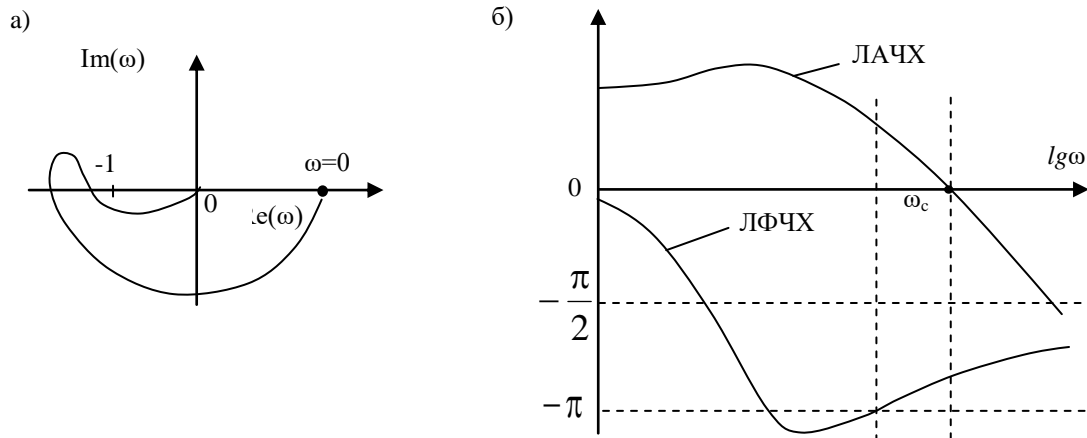


Рисунок 19 – Годограф Найквиста та логарифмічні частотні характеристики стійкої системи при наявності правих коренів розімкнутої САК

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

1 ВИХІДНІ ДАНІ

Передатні функції:

Об'єкта керування	Чутливого елемента	Виконавчого елемента	Підсилювача	Коригувальної ланки
$\frac{k_1}{T_0 p + 1}$	$\frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	k_3	k_4	$\frac{k_5}{T_5 p + 1}$

Коефіцієнти підсилення:								
k_1	k_2	k_3	k_4	T_0	T_1	T_2	T_3	T_5
4,0	0,3	0,6	25	1,3	0,3	2	-	2,5

2 СТРУКТУРНА СХЕМА САК ТЕМПЕРАТУРОЮ СЕРЕДОВИЩА В ФЕРМЕНТЕРІ БЕЗ ВРАХУВАННЯ КОРИГУВАЛЬНОЇ ЛАНКИ

Складемо функціональну схему САК температурою середовища в ферментері без врахування корекції (див. рис. 2.1), яка складається з об'єкта регулювання, чутливого елемента підсилювача та виконавчого механізму [7, 8].

Функціональну схему САК (рис. 2.1) можна побудувати у середовищах: Компас , Paint, Word, Adobe Photoshop, і т.д.

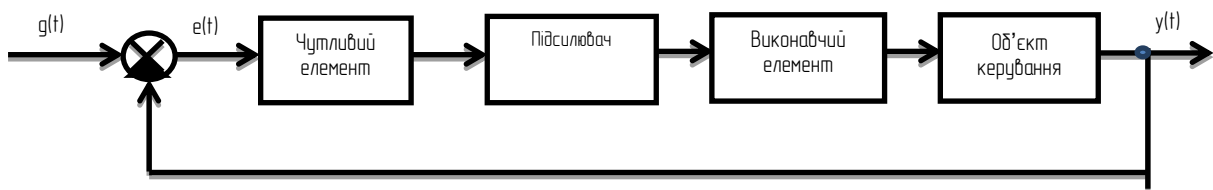


Рисунок 2.1 – Функціональна схема САК без врахування коригувального елемента

Підставляючи в функціональну схему САК передатні функції кожного елемента отримаємо структурну схему САК (рис. 2.2).

Структурну схему САК без врахування коригувального елемента (рис. 2.2) можна виконати у середовищі: Компас , Paint, Word, Adobe Photoshop, і т.д.)

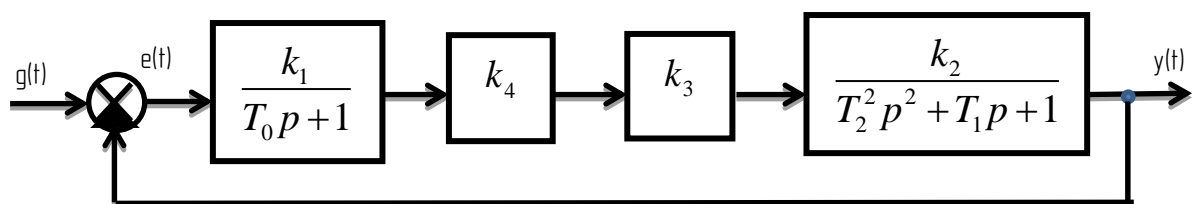


Рисунок 2.2 – Структурна схема САК без врахування коригувального елемента

3 ЗНАХОДЖЕННЯ ВИРАЗУ ДЛЯ $W(p)$ РОЗІМКНЕНОЇ САК І СКЛАДАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНОГО РІВНЯННЯ САР БЕЗ КОРЕКЦІЇ

3.1 Вираз для загальної передатної функції W_p розімкненої САК [2, 9]:

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot W_4;$$
$$W(p) = \frac{k_2}{(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)} \cdot \frac{k_1}{(T_0 p + 1)} \cdot k_3 \cdot k_4$$

Підставимо в формулу вихідні дані, отримаємо характеристичне рівняння:

$$W(p) = \frac{k_1}{T_0 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} \cdot k_3 \cdot k_4 = \frac{4}{(1.3 p + 1)} \cdot \frac{0.3}{(2^2 p^2 + 0.3 p + 1)} \cdot 0.6 \cdot 25$$
$$W(p) = \frac{18}{5.2 p^3 + 4.39 p^2 + 1.6 p + 1}$$

3.2 Диференційне рівняння системи автоматичного регулювання без корекції

Передатна функція розімкненої системи керування, від вихідної дій по похибці в загальному випадку, має вигляд [2, 9]:

$$W(p) = \frac{Y(t)}{E(t)}$$

Скориставшись правилом пропорції отримаємо диференційне рівняння системи автоматичного регулювання від вихідної дій по похибці без корекції:

$$5.2 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 4.39 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1.6 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 18.0 \cdot e(t)$$

Передатна функція замкненої САК, від вихідної дії по задовільній дії, має вигляд:

$$\Phi(p) = \frac{Y(t)}{G(t)} = \frac{W(p)}{1 + W(p)}$$

тоді,

$$\Phi(p) = \frac{\frac{18}{5.2p^3 + 4.39p^2 + 1.6p + 1}}{1 + \frac{18}{5.2p^3 + 4.39p^2 + 1.6p + 1}} = \frac{18}{5.2p^3 + 4.39p^2 + 1.6p + 19}$$

Скориставшись правилом пропорції отримаємо диференціальне рівняння системи автоматичного регулювання від вихідної дії по задовільній дії без корекції:

$$5.2 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 4.39 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1.6 \frac{dy(t)}{dt} + 19.0 y(t) = 18.0 \cdot e(t)$$

4 ВИЗНАЧЕННЯ СТІЙКОСТІ САК ЗА ДОПОМОГОЮ КРИТЕРІЮ МИХАЙЛОВА

Розглянемо окремо характеристичний поліном системи, який являє собою суму чисельника и знаменника передатної функції розімкненої САК, або є знаменником передатної функції замкненої САК :

$$D(p) = 1 + W(p)$$

де $p = j\omega$.

Згідно критерію Михайлова, для того щоб система була стійкою, необхідно, щоб повний приріст аргументу $\psi(\omega)$ при зміні частоти ω від 0 до ∞ дорівнював $n\frac{\pi}{2}$, де n це порядок полінома $D(p)$ [2, 9].

$$D(p) = 5.2p^3 + 4.39p^2 + 1.6p + 19 = 0$$

Підставимо замість $p - (\omega j)$

$$\text{Отримаємо } D(j\omega) = -5.2j\omega^3 - 4.39\omega^2 + 1.6j\omega + 19 = 0$$

$$\operatorname{Re}(D(j\omega)) = -4.39\omega^2 + 19 = 0$$

$$-4.39\omega^2 + 19 = 0$$

$$4.39\omega^2 = 19$$

$$\omega^2 = 4.33$$

$$\omega_{1,2} = \pm 2.08$$

$$\operatorname{Im}(D(j\omega)) = -5.2j\omega^3 + 1.6j\omega = 0$$

$$j\omega(-5.2\omega^2 + 1.6) = 0$$

$$\omega_3 = 0;$$

$$\omega^2 = 0.31; \quad \omega_{4,5} = \pm 0.555$$

4.1 Побудова годографа Михайлова

Для того, щоб побудувати годограф Михайлова, виділимо дійсну та уявну частини характеристичного поліному $D(p)$:

дійсна

$$X(\omega) = -4.39\omega^2 + 19 \quad (4.1)$$

уявна

$$Y(\omega) = -5.2j\omega^3 + 1.6j\omega \quad (4.2)$$

Та побудуємо їх залежність за допомогою Excel. Потім ω підставляємо в (4.1) та (4.2) рівняння і отримаємо значення $X(\omega)$ та $Y(\omega)$. Результат роботи в Excel показаний на рис. 4.1.

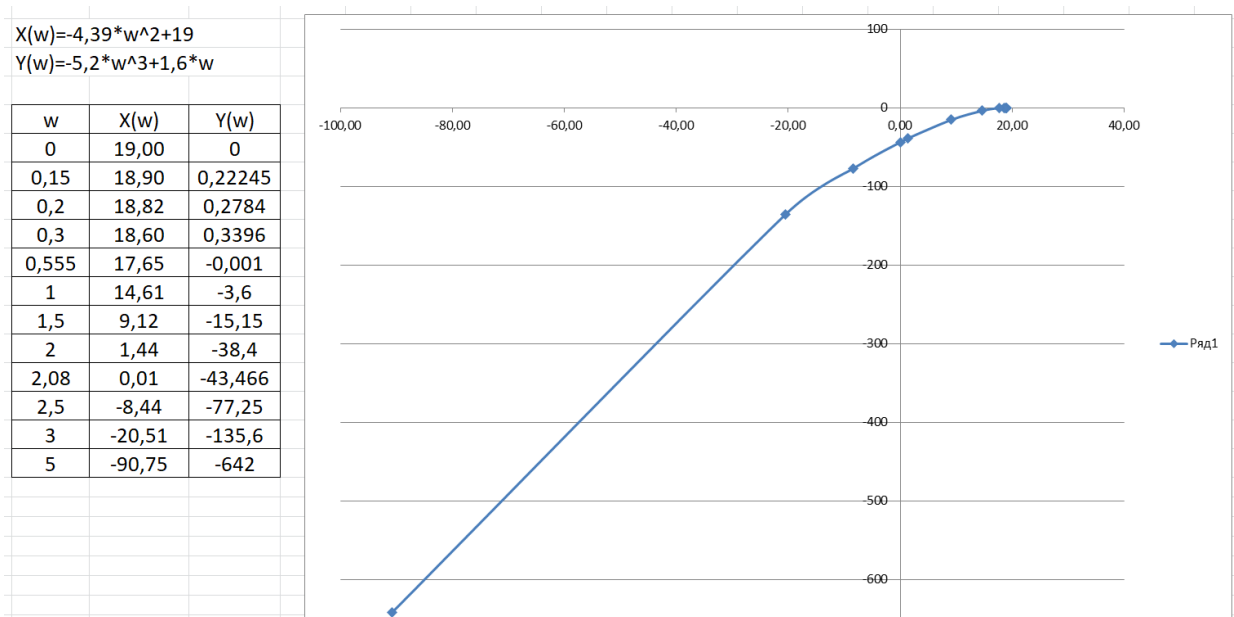


Рисунок 4.1 – Годограф Михайлова системи без корегуючої ланки в Excel

Оскільки характеристичний поліном нашої системи є поліномом четвертого порядку і годограф Михайлова показує, що система не стійка і потребує коригування.

Перевіряємо всі наші розрахунки в пакеті *MathCad* та будуємо перехідну функцію замкнутої нестійкої системи.

Для початку визначимо передаточну функцію розімкнутої системи.

```

k1:=4      k2:=0.3   k3:=0.6   k4:=25

T0:=1.3    T1:=0.3   T2:=2

W1(p):=k1/(T0*p+1)   W2(p):=k2/((T2)^2*p^2+T1*p+1)   W3(p):=k3   W4(p):=k4

W1234(p):=W1(p)*W2(p)*W3(p)*W4(p)

W1234(p) -> 18.0/((1.3*p+1)*(0.3*p+4*p^2+1))

(1.3*p+1)*(0.3*p+4*p^2+1) --collect--> 5.2*p^3+4.39*p^2+1.6*p+1

W(p):=18/(5.2*p^3+4.39*p^2+1.6*p+1)

```

Рисунок 4.2 – Лістинг програми для визначення передаточної функції розімкнутої системи

Потім визначаємо передаточну функцію замкнутої системи.

```

Wz(p):=W(p)/(1+W(p)) -> 18/((18/(1.6*p+4.39*p^2+5.2*p^3+1))+1)*(1.6*p+4.39*p^2+5.2*p^3+1)

((18/(1.6*p+4.39*p^2+5.2*p^3+1))+1)*(1.6*p+4.39*p^2+5.2*p^3+1) --collect--> 5.2*p^3+4.39*p^2+1.6*p+19.0

Wz(p):=18/(5.2*p^3+4.39*p^2+1.6*p+19.0)

```

Рисунок 4.3 – Лістинг програми для визначення передаточної функції замкнутої системи

```

A(p):=5.2*p^3+4.39*p^2+1.6*p+19.0

i:=sqrt(-1)

A(i*omega) --float,6--> (1.6i)*omega-4.39*omega^2-(5.2i)*omega^3+19.0

X(omega):=Re(A(i*omega)) --complex float,6--> -4.39*omega^2+19.0
Y(omega):=Im(A(i*omega)) --complex float,6--> 1.6*omega-5.2*omega^3

-4.39*omega^2+19.0 --solve float,3--> [-2.08, 2.08]
1.6*omega-5.2*omega^3 --solve float,3--> [0, 0.555, -0.555]

omega:=0,0.01..5

```

Рисунок 4.4 – Лістинг програми для визначення дійсної та уявної частин характеристичного поліному D(p)

Будуємо годограф Михайлова (рис. 4.5) та виділяємо дійсну та уявну частини характеристичного поліному $D(p)$:

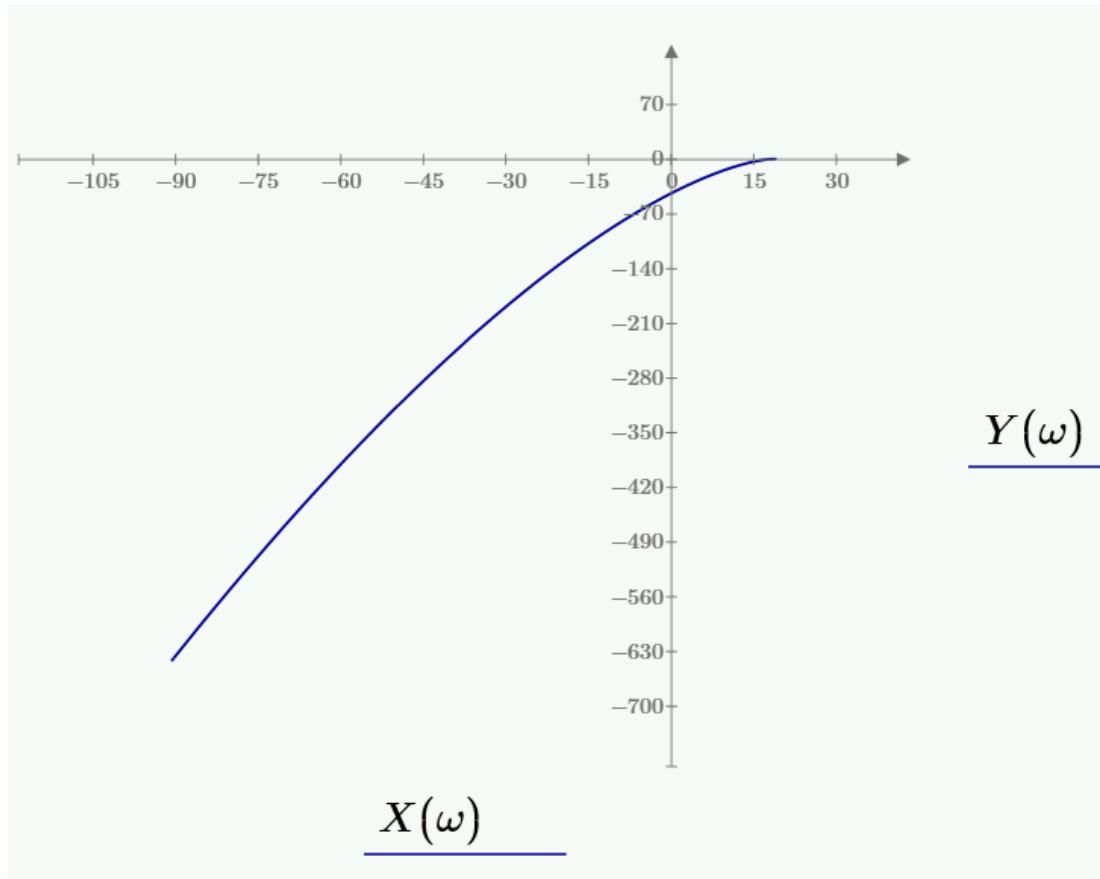


Рисунок 4.5 – Годограф Михайлова системи без корегуючої ланки

Будуємо перехідний графік

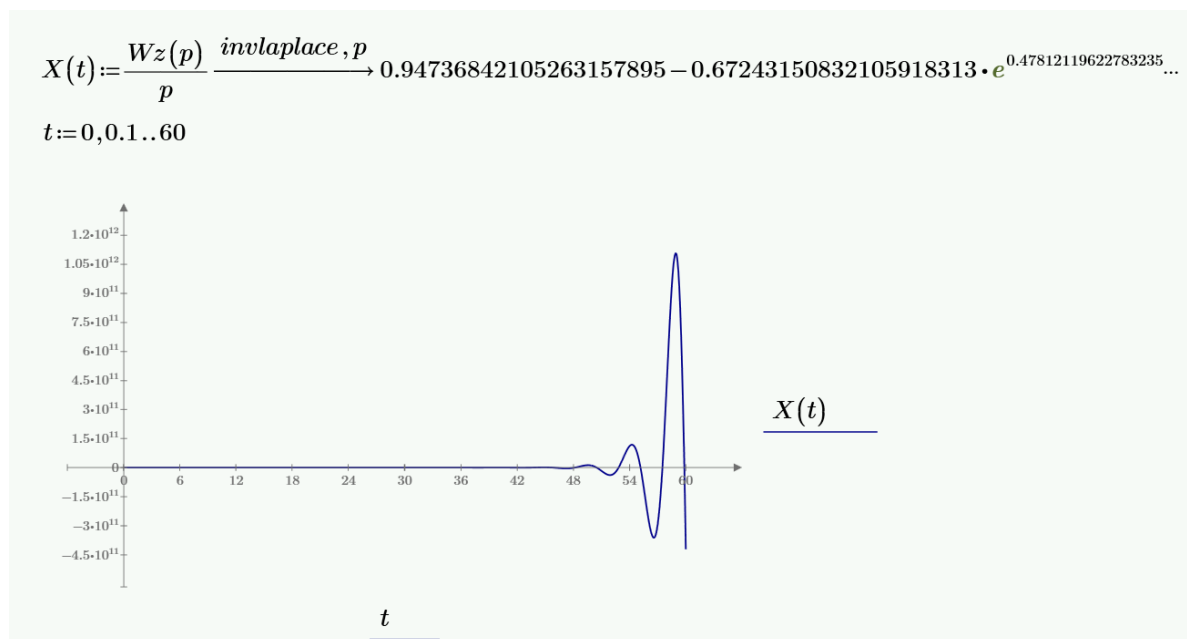


Рисунок 4.6 – Перехідна характеристика для визначення точності не корегованої системи в MathCad

5 СТРУКТУРНА СХЕМА САК З ВВЕДЕННЯМ ЗАДАНОГО КОРИГУВАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА

5.1 Побудова функціональної схем САК з урахуванням коригувального елемента (рис. 5.1) [2, 9].

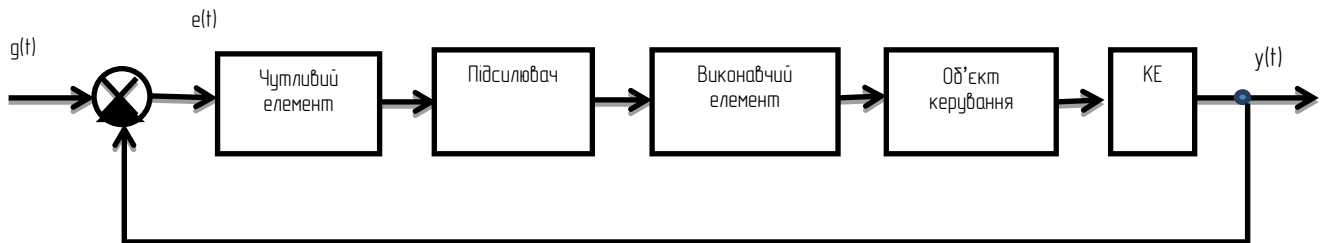


Рисунок 5.1 – Функціональна схема САК із врахуванням коригувального елемента(КЕ)

Структурну схему САК з введенням коригувального елемента отримаємо підставивши у функціональну схему відповідні значення передатних функцій:

$$W_1(p) = \frac{k_2}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} = \frac{0.3}{2^2 p^2 + 0.3 p + 1} \quad \text{– передатна функція чутливого елемента;}$$

$$W_2(p) = k_4 = 25 \quad \text{– передатна функція підсилювача;}$$

$$W_3(p) = k_3 = 0.6 \quad \text{– передатна функція виконавчого елемента;}$$

$$W_4(p) = \frac{k_1}{(T_0 p + 1)} = \frac{4}{(1.3 p + 1)} \quad \text{– передатна функція об'єкта керування;}$$

$$W_5(p) = \frac{k_5}{T_5 p + 1} = \frac{k_5}{2.5 p + 1} \quad \text{– передатна функція коригувальної ланки (КЕ).}$$

6 СКЛАДАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНОГО РІВНЯННЯ САК З УРАХУВАННЯМ КОРЕКЦІЇ

Складаємо диференційне рівняння САК з урахуванням корекції. Передатну функцію всієї розімкнутої системи будемо визначати наступним чином [2, 9]:

$$W^*(p) = \prod_{i=1}^n W_i = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot W_4 \cdot W_5;$$

Тоді нове значення передатної функції $W^*(p)$ розімкненої САК буде мати наступний вигляд:

$$W^*(p) = W(p) \cdot W_5 = \frac{18}{5.2p^3 + 4.39p^2 + 1.6p + 1} \cdot \frac{k_5}{2.5p + 1}$$

$$W^*(p) = \frac{18 \cdot k_5}{13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1}$$

Перейдемо з розімкненої САК до замкненої. Як зазначалося в попередніх розрахунках (див. пункт 2), передатну функцію замкненої системи керування можна виразити двома способами:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} \quad \text{та} \quad \Phi(p) = \frac{y(t)}{g(t)}.$$

$$\Phi(p) = \frac{\frac{18 \cdot k_5}{13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1}}{1 + \frac{18 \cdot k_5}{13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1}} =$$

$$= \frac{18 \cdot k_5}{13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1 + 18 \cdot k_5}$$

Після відповідних перетворень отримаємо вираз для знаходження диференційного рівняння САК з врахуванням корегуючої ланки:

$$[1 + W(p)] \cdot y(t) = W(p) \cdot g(t);$$

Диференційне рівняння системи автоматичного керування з врахуванням корекції:

$$13 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 16.175 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 8.39 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4.1 \frac{dy(t)}{dt} + (1 + 18 \cdot k_5) y(t) = (18 \cdot k_5) \cdot g(t)$$

7 ВИЗНАЧЕННЯ КРИТИЧНОГО ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПЕРЕДАЧІ $k_{5кр}$ З УМОВ СТІЙКОСТІ ЗА ГУРВІЦЕМ

Характеристичний поліном $D(p) = A(p) + B(p)$

$$W(p) = \frac{A(p)}{B(p)};$$

$$A(p) + B(p) = 0;$$

де $A(p) = 18 \cdot k_5$

$$B(p) = 13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1.$$

Тоді, $D(p) = A(p) + B(p) = 13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1 + 18k_5 = 0$

Зробимо заміну $p = \lambda$:

$$D(\lambda) = 13\lambda^4 + 16.175\lambda^3 + 8.39\lambda^2 + 4.1\lambda + 1 + 18k_5 = 0$$

$a_0 = 13 > 0$; $a_1 = 16.175 > 0$; $a_2 = 8.39 > 0$; $a_3 = 4.1 > 0$; $a_4 = 1 + 18 \cdot k_5 > 0$, тоді

$$k_{5кр1} > -0.056$$

Складаємо квадратну матрицю Гурвіца (4x4), для отриманих коефіцієнтів:

$$\begin{bmatrix} 16.175 & 4.1 & 0 & 0 \\ 13 & 8.39 & 18k_5 + 1 & 0 \\ 0 & 16.175 & 4.1 & 0 \\ 0 & 13 & 8.39 & 18k_5 + 1 \end{bmatrix}$$

З умови Гурвіца для третього порядку

$$\Delta_3 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a_0 \cdot a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0 \rightarrow$$

$$16.175 \cdot 8.39 \cdot 4.1 - 13 \cdot 4.1^2 - 16.175^2 \cdot (1 + 18 k_{5кр}) \rightarrow$$

$$76.2432 - 4709.35 k_{5кр} > 0$$

$$76.2432 > 4709.35 k_{5кр}$$

$$k_{5кр2} < 0.016$$

$$\text{Отже } k_5 \in [-0.056; 0.016].$$

Приймаємо $k_{5кр} = 0.01$.

Тобто при значенні коефіцієнта підсилення коригувальної ланки $k_{5кр} = 0.01$ система буде знаходитися на коливальній границі стійкості.

$$\begin{aligned}
 & a0 := 13 \quad a1 := 16.175 \quad a2 := 8.39 \quad a3 := 4.1 \quad a4 := 1 + 18 \cdot K \\
 & \begin{bmatrix} a1 & a3 & 0 & 0 \\ a0 & a2 & a4 & 0 \\ 0 & a1 & a3 & 0 \\ 0 & a0 & a2 & a4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 16.175 & 4.1 & 0 & 0 \\ 13 & 8.39 & 18 \cdot K + 1 & 0 \\ 0 & 16.175 & 4.1 & 0 \\ 0 & 13 & 8.39 & 18 \cdot K + 1 \end{bmatrix} \\
 & \left\| \begin{bmatrix} a1 & a3 & 0 & 0 \\ a0 & a2 & a4 & 0 \\ 0 & a1 & a3 & 0 \\ 0 & a0 & a2 & a4 \end{bmatrix} \right\| \rightarrow \frac{76.2432 - 3336.97365 \cdot K - 84768.3225 \cdot K^2}{76.2432 - 3336.97365 \cdot K - 84768.3225 \cdot K^2} \xrightarrow{\text{solve float}, 2} \begin{bmatrix} 0.016 \\ -0.056 \end{bmatrix} \\
 & \left\| \begin{bmatrix} a1 & a3 & 0 \\ a0 & a2 & a4 \\ 0 & a1 & a3 \end{bmatrix} \right\| \rightarrow \frac{76.2432 - 4709.35125 \cdot K}{76.2432 - 4709.35125 \cdot K} \xrightarrow{\text{solve float}, 2} 0.016
 \end{aligned}$$

Рисунок 7.1 – Лістинг програми для визначення критичного значення з умови стійкості за Гурвіцем

Будуємо перехідний графік

$$\begin{aligned}
 W1(p) &:= \frac{18 \cdot 0.01}{13.0 \cdot p^4 + 16.175 \cdot p^3 + 8.39 \cdot p^2 + 4.1 \cdot p + 1.0} \\
 X1(t) &:= \frac{W1(p)}{p} \xrightarrow{\text{invlaplace}, p} 0.062179245283018867924 \cdot e^{-0.76923076923076923077 \cdot t} - 0.24671052631578947368 \cdot e^{-0.4 \cdot t} + 0.004531281
 \end{aligned}$$

$$t := 0, 0.1 \dots 50$$

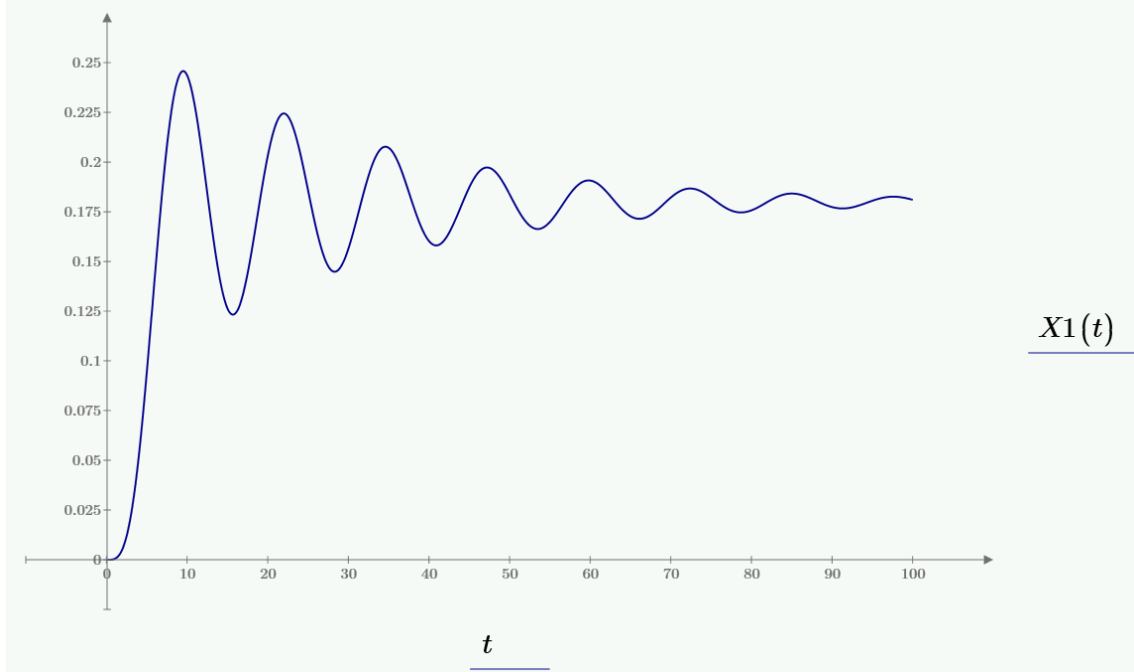


Рисунок 7.2 – Перехідна характеристика для визначення точності з корегованою системою в MathCad

8 ПОБУДОВА АСИМПТОТИЧНИХ ЛАЧХ І ЛФЧХ РОЗІМКНЕНОЇ САК

Знаходимо передатну функцію розімкненої САК, при $k_5 = 0.01$

$$W^*(p) = W(p) \cdot W_5 = \frac{18 \cdot 0.01}{(1.3p + 1)(2.5p + 1)(4p^2 + 0.3p + 1)}$$

$$4 \cdot p^2 + 0.3 \cdot p + 1 \xrightarrow[\text{float, 2}]{\text{solve}} \begin{bmatrix} -0.037 - 0.5i \\ -0.037 + 0.5i \end{bmatrix}$$

Знайдемо корені рівняння

Два комплексно сполучених корені виду $p_i = a \pm jb$, що відповідають множникам виду $p^2 + cp + d$, коефіцієнти якого пов'язані з реальною і уявною частинами коренів виразами $c = 2a$, $d = a^2 + b^2$.

Таким чином, отримуємо поліном $p^2 + cp + d = p^2 + 2 \cdot (0.037)p + (0.037^2 + 0.5^2) = p^2 + 0.074p + 0.251$, який спочатку приводимо до нормованого виду $3.97p^2 + 0.2944p + 1$, звідки остаточно рівняння коливальної ланки $T_i^2 s^2 + 2\xi_i T_i s + 1 = (1.99)^2 p^2 + 2 \cdot 1.99 \cdot 0.074p + 1$.

Розклавши знаменник на поліноми першого порядку отримаємо передатну функцію у наступному вигляді:

$$W^*(p) = \frac{0.18}{(1.3p + 1)(2.5p + 1)((1.99)^2 p^2 + 2 \cdot 1.99 \cdot 0.074p + 1)}$$

Запишемо модулі амплітуд і фази використавши таблицю 5.2:

$$A_1 = 0.18$$

$$\psi_1 = 0$$

$$A_2 = \sqrt{1^2 + 1.3^2 \omega^2}$$

$$\psi_2 = \arctg 1.3\omega$$

$$A_3 = \sqrt{(1 - 1.99^2 \omega^2)^2 + 4 \cdot 0.074^2 \cdot 1.99^2 \omega^2}$$

$$\psi_3 = \arctg \frac{2 \cdot 0.074 \omega 1.99}{1 - 1.99^2 \omega^2}, \omega < \frac{1}{1.99}$$

$$A_4 = \sqrt{1 + 2.5^2 \omega^2}$$

$$\psi_4 = \pi + \arctg \frac{2 \cdot 0.074 \omega 1.99}{1 - 1.99^2 \omega^2}, \omega \geq \frac{1}{1.99}$$

$$\psi_5 = \arctg 2.5\omega$$

Тоді,

$$A(\omega) = \frac{0.18}{\sqrt{1^2 + 1.3^2 \omega^2} \sqrt{(1 - 1.99^2 \omega^2) + 4 \cdot 0.074^2 \cdot 1.99^2 \omega^2} \sqrt{1^2 + 2.5^2 \omega^2}}$$

$$\psi(\omega) = \psi_1 - \psi_2 + \psi_3 + \psi_4 - \psi_5.$$

Визначимо спряжені частоти, що відповідають окремим доданкам:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2.5} = 0.4 \text{ c}^{-1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{1.99} = 0.5 \text{ c}^{-1}. \quad \omega_3 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{1.3} = 0.77 \text{ c}^{-1}$$

Далі користуючись програмою *Mathcad* виконаємо побудову ЛАЧХ та ЛФЧХ (див. рис. 8.1, рис. 8.2, рис. 8.3):

```

ω:=0,0.1..50      i:=√-1
Wh(ω):= 0.018 / (1.3 p + 1)  substitute, p=i•ω  0.018 / ((1.3i)•ω + 1.0)
Wm(ω):= 1 / (4 p² + 0.3 p + 1)  substitute, p=i•ω  1 / (1.0 - 4.0•ω² + 0.3i•ω)
Wp(ω):= 1 / (2.5 p + 1)  substitute, p=i•ω  1 / (1.0 + 2.5i•ω)
G1(ω):= Wh(ω)•Wm(ω)•Wp(ω)
G(ω):= 20 log(|G1(ω)|)

```

Рисунок 8.1 – Лістинг програми для побудови ЛАЧХ

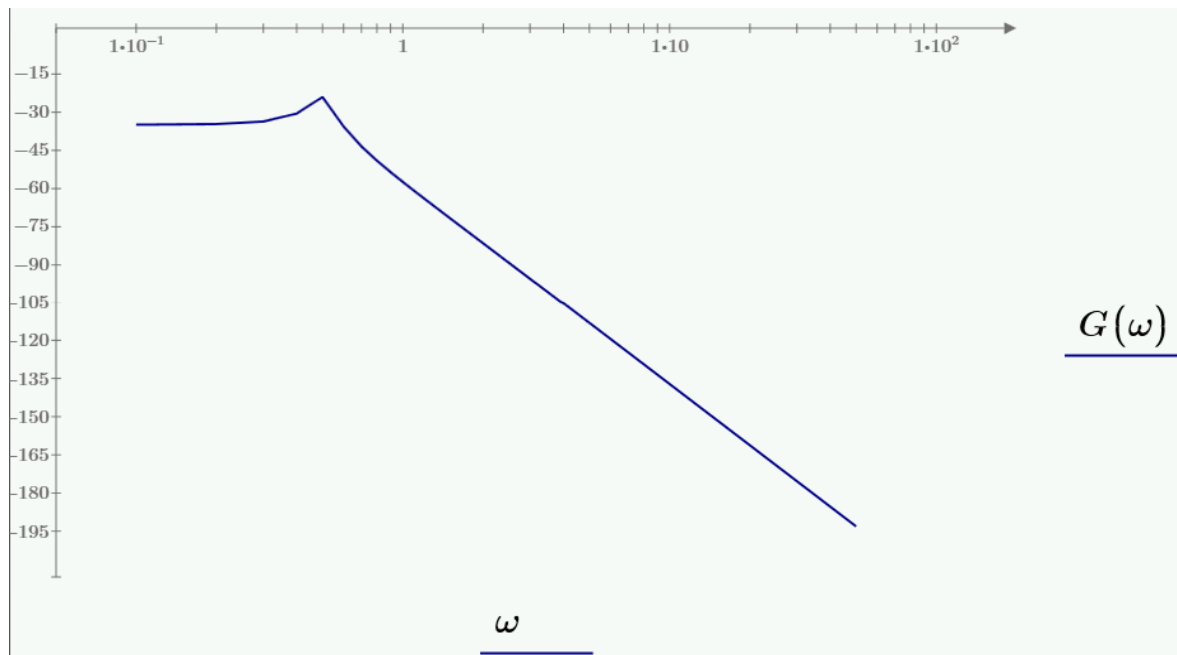


Рисунок 8.5 – Логарифмічна амплітудно-частотна характеристика системи

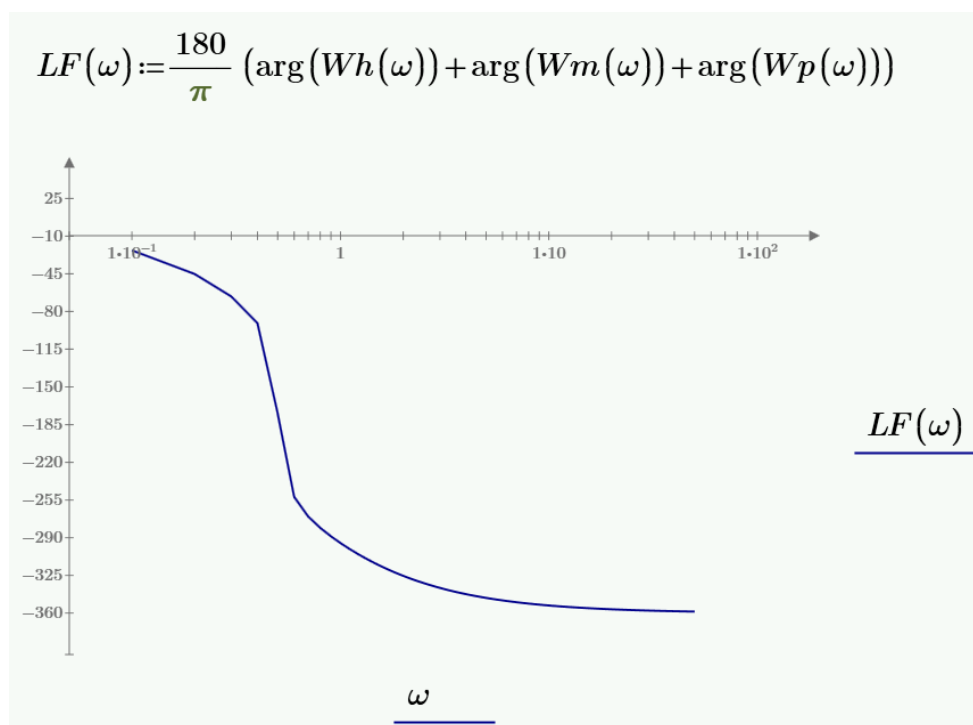


Рисунок 8.3 – Лістинг програми для побудови ЛФЧХ та ЛФЧХ системи

9 ПОБУДОВА ГОДОГРАФА МИХАЙЛОВА ДЛЯ СКОРЕГОВАНОЇ САК

Характеристичний поліном скорегованої САК при $k_5 = k_{kp} = 0.01$ [1]:

$$D(p) = 1 + W(p), \text{ де } p = j\omega.$$

$$\text{Тоді маємо } D(p) = 13\omega^4 - 16.175j\omega^3 - 8.39\omega^2 + 4.1j\omega + 1.18$$

$$\operatorname{Re}(D(j\omega)) = 13\omega^4 - 8.39\omega^2 + 1.18 = 0$$

$$\omega_{1,2,3,4} = \pm 0.59 \pm 0.14i$$

$$\operatorname{Im}(D(j\omega)) = -16.175j\omega^3 + 4.1j\omega = 0$$

$$j\omega(-16.175\omega^2 + 4.1) = 0$$

$$\omega_3 = 0; \omega^2 = 0.25$$

$$\omega_{4,5} = \pm 0.5$$

Для побудови годографа Михайлова, виділимо дійсну та уявну частини характеристичного поліному $D(p)$:

$$\text{дійсна } X(\omega) = 13\omega^4 - 8.39\omega^2 + 1.18;$$

$$\text{уявна } Y(\omega) = -16.175j\omega^3 + 4.1j\omega$$

Та побудуємо їх залежність за допомогою Excel (див. рис. 9.1).

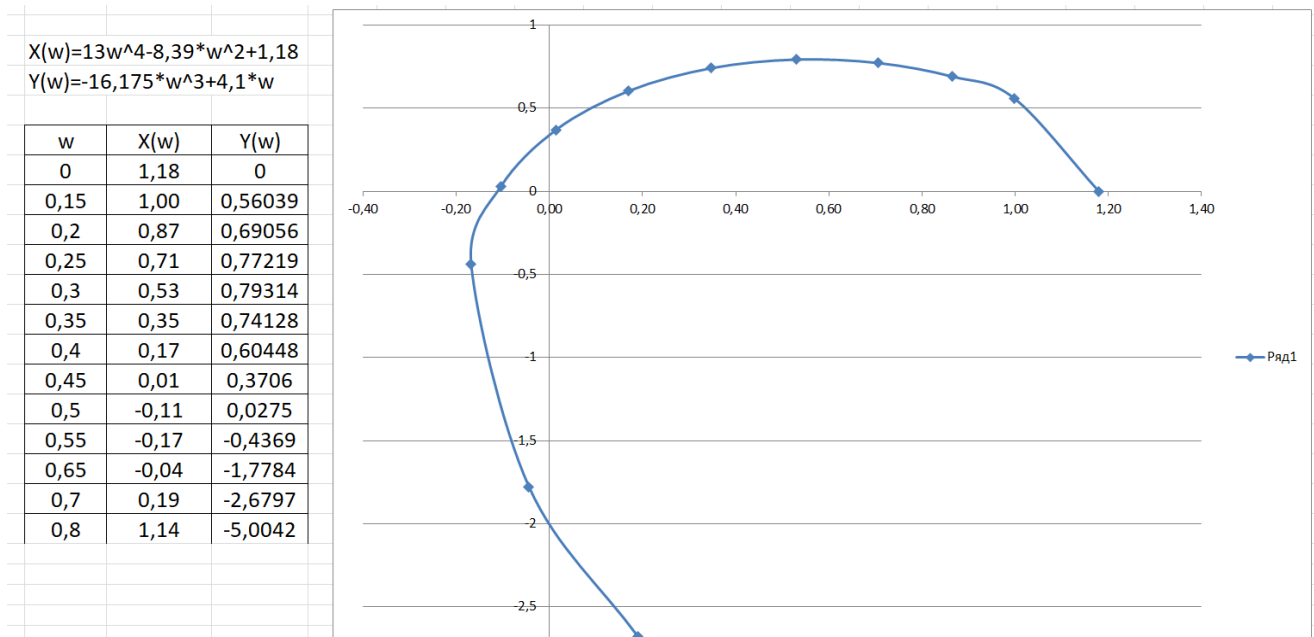


Рисунок 9.1 – Годограф Михайлова скорегованої САК

Оскільки характеристичний поліном нашої системи – поліномом четвертого порядку і годограф Михайлова послідовно проходить 4 чверті комплексної площини, то система є стійкою.

```

T(p) := 13 p^4 + 16.18 p^3 + 8.39 p^2 + 4.1 p + 1.18
i := sqrt(-1)
T(i * omega) --float, 2--> (4.1i) * omega - 8.4 * omega^2 - (16.0i) * omega^3 + 13.0 * omega^4 + 1.2
X(omega) := Re(T(i * omega)) --complex float, 6--> -8.39 * omega^2 + 13.0 * omega^4 + 1.18
Y(omega) := Im(T(i * omega)) --complex float, 6--> 4.1 * omega - 16.18 * omega^3
omega := 0, 0.01..5
-8.39 * omega^2 + 13.0 * omega^4 + 1.18 --solve float, 2--> [-0.59 - 0.14i, -0.59 + 0.14i, 0.59 - 0.14i, 0.59 + 0.14i]
4.1 * omega - 16.18 * omega^3 --solve float, 2--> [0, 0.5, -0.5]

```

Рисунок 9.2 – Лістинг програми для побудови годографа Михайлова

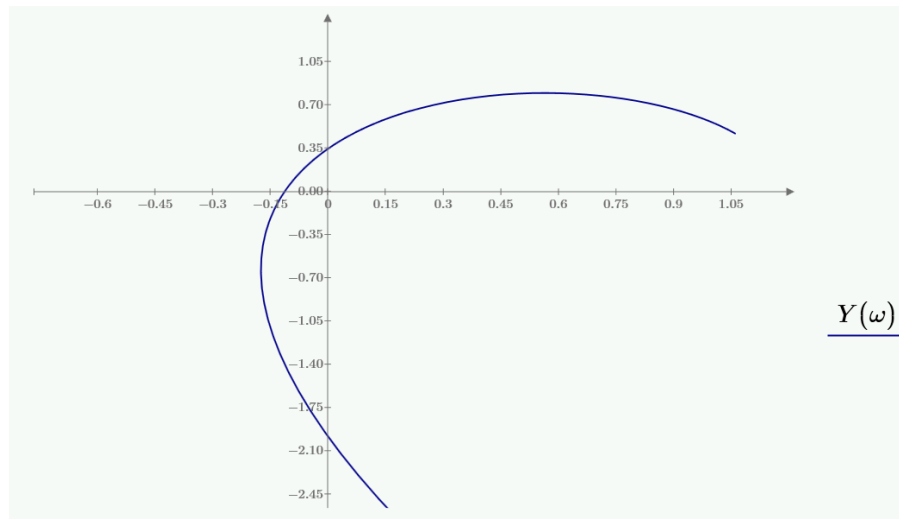


Рисунок 9.3 – Годограф Михайлова скорегованої САК в програмі Mathcad

10 ПОБУДОВА АМПЛІТУДНО-ФАЗОВОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ СКОРЕГОВАНОЇ РОЗІМКНЕНОЇ САК. ВИЗНАЧЕННЯ ЗАПАСІВ СТІЙКОСТІ ЗА МОДУЛЕМ ТА ФАЗОЮ

Амплітудно-фазовою частотною характеристикою (амплітудно-фазовою характеристикою, АФХ) називається годограф частотної передаточної функції. Годограф комплексної функції будується на комплексній площині. Будь-якому значенню аргументу на комплексній площині відповідає точка. Множина точок, що відповідає плавній зміні аргументу від $-\infty$ до ∞ , утворює криву, яка і називається годографом.

$$W(\omega) := \frac{0.18}{13.0 \cdot (i \cdot \omega)^4 + 16.175 \cdot (i \cdot \omega)^3 + 8.39 \cdot (i \cdot \omega)^2 + 4.1 \cdot (i \cdot \omega) + 1.0}$$

$$A(\omega) := \sqrt{\text{Re}(W(\omega))^2 + \text{Im}(W(\omega))^2} \quad A(0) = 0.18$$

Рисунок 10.1 – Лістинг програми для побудов АФХ в програмі *Mathcad*

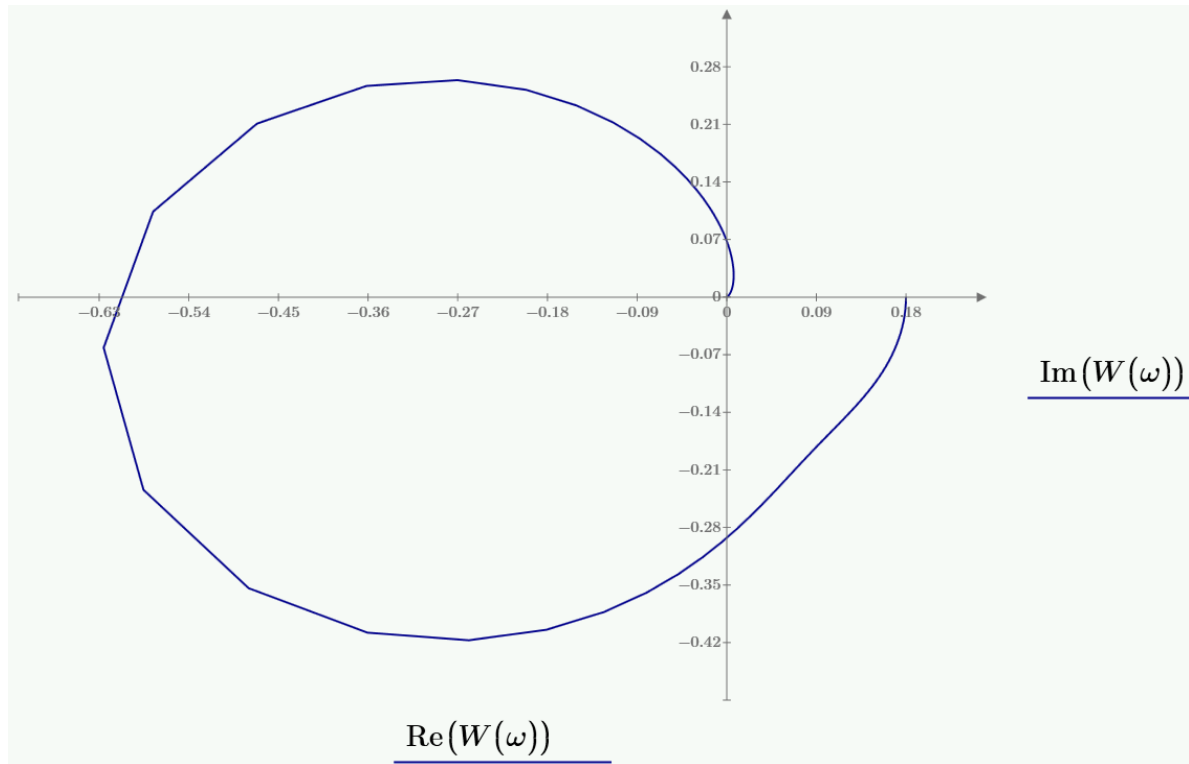


Рисунок 10.2 – АФХ розімкненої системи з коригувальною ланкою

Отже, за АФХ розімкненої системи з коригувальною ланкою можна визначити, що система стійка оскільки вона не перетинає точку $(-1; j0)$.

Запас по модулю визначається відстанню від точки -1 до точки перетину графіка з негативною частиною осі абсцис. У нашому ж випадку графік, як видно з рис. 10.2, перетинає цю частину осі в точці має значення $(-0,6; 0)$ і потім прагне до точки $(0; 0)$. Тому можна сказати, що запас по модулю досліджуваної системи дорівнює -0.4 або 4 дБ.

Запас по фазі дорівнює куту, відраховується від негативного напрямку осі абсцис до точки перетину графіка з побудованої окружністю. У нашому випадку графік АФХ не перетинає цю окружність, тому запас по фазі визначити неможливо.

11 ПОБУДОВА ПЕРЕХІДНОЇ ТА ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ САК

Перехідною характеристикою САК є реакція системи на одиничне ступінчасте збурення. Імпульсна характеристика відображає реакцію системи на імпульсне збурення, і її можна знайти як похідну від перехідної характеристики.

Для знаходження перехідної характеристики застосуємо операційний метод заснований на перетвореннях по Лапласу [1, 8].

Розімкнена скоригована система

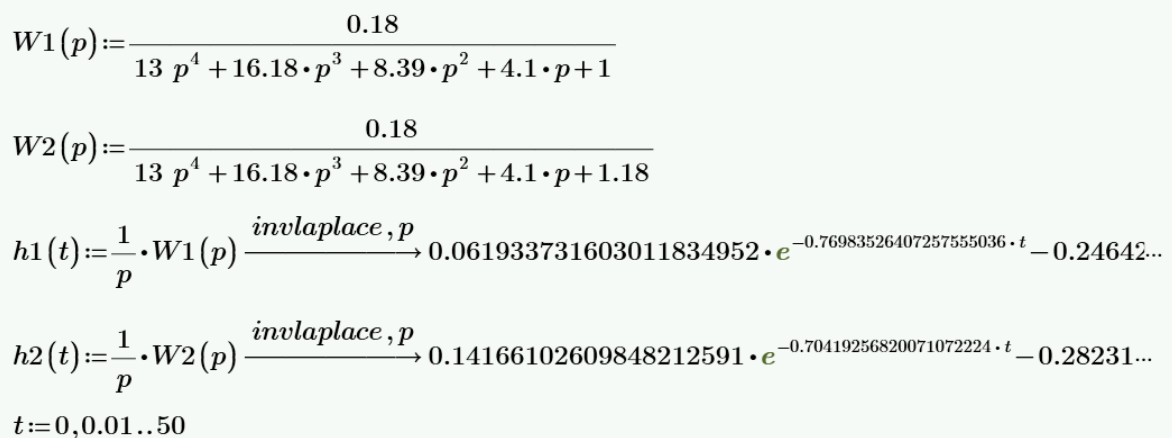
$$W^*(p) = \frac{0.18}{13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1}$$

Замкнена скоригована система:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} \quad \text{та} \quad \Phi(p) = \frac{Y(t)}{G(t)}.$$

$$\Phi^*(p) = \frac{0.18}{13p^4 + 16.175p^3 + 8.39p^2 + 4.1p + 1.18}$$

Скориставшись програмою MathCad побудуємо перехідну та імпульсну характеристики скоригованої системи (див. рис. 11.1 – 11.8):



```

W1(p):= 0.18 / (13 p^4 + 16.18 p^3 + 8.39 p^2 + 4.1 p + 1)
W2(p):= 0.18 / (13 p^4 + 16.18 p^3 + 8.39 p^2 + 4.1 p + 1.18)
h1(t):= 1/p * W1(p) --invlaplace, p--> 0.061933731603011834952 * e^(-0.7698352640725755036 * t) - 0.24642...
h2(t):= 1/p * W2(p) --invlaplace, p--> 0.14166102609848212591 * e^(-0.70419256820071072224 * t) - 0.28231...
t:=0,0.01..50
    
```

Рисунок 11.1 – Лістинг програми в MathCad для задання параметрів перехідних характеристик систем

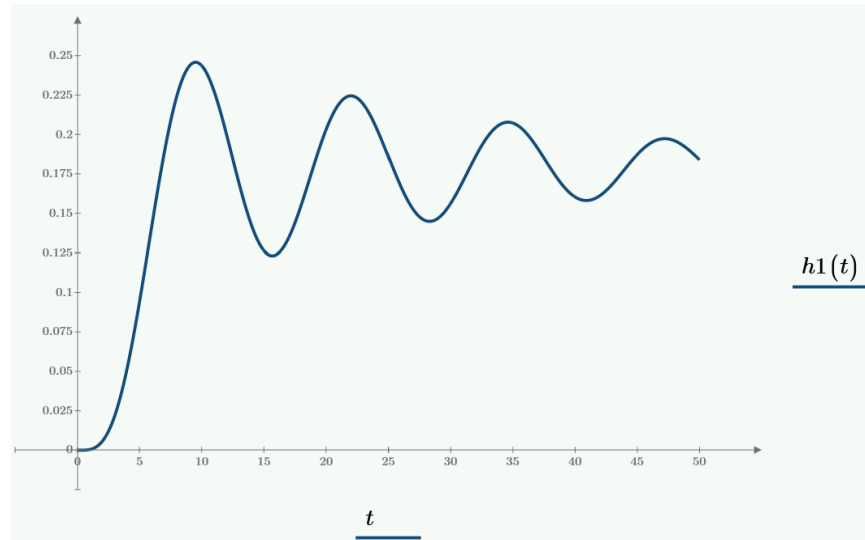


Рисунок 11.2 – Перехідна характеристика розімкненої скоригованої системи

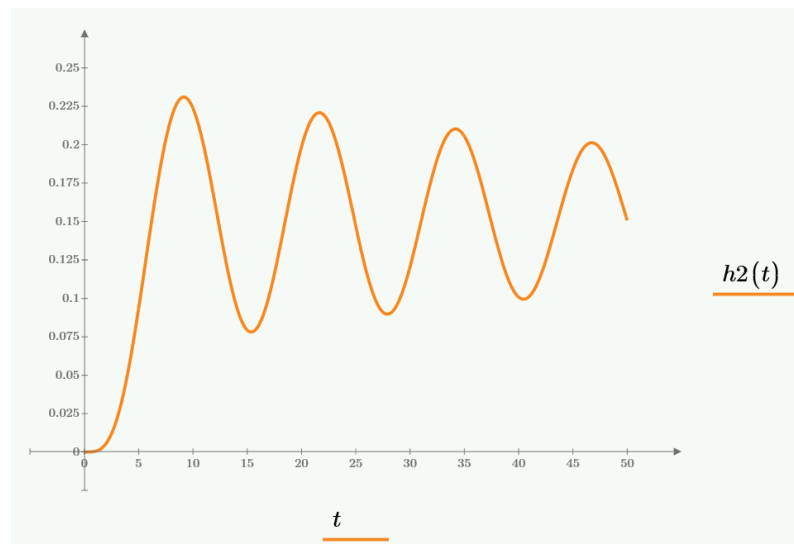


Рисунок 11.3 – Перехідна характеристика замкнутої скоригованої системи

$$\begin{aligned}
 h1(t) &:= W1(p) \xrightarrow{\text{invlaplace}, p} 0.098527074483572054218 \cdot e^{-0.39982481635864433938 \cdot t} - 0.047678770 \dots \\
 h2(t) &:= W2(p) \xrightarrow{\text{invlaplace}, p} 0.14497554998075795052 \cdot e^{-0.51352161407815853368 \cdot t} - 0.099756641 \dots
 \end{aligned}$$

Рисунок 11.4 – Лістинг програми в MathCad задання параметрів імпульсних характеристик систем

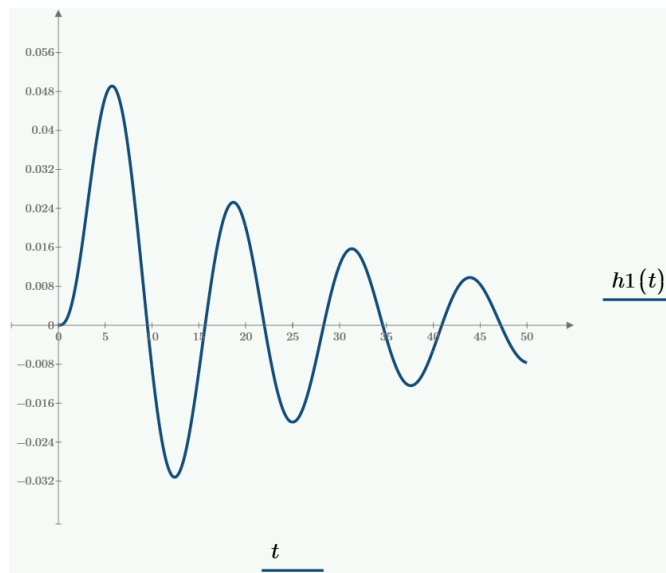


Рисунок 11.5 – Імпульсна характеристика розімкненої скоригованої системи

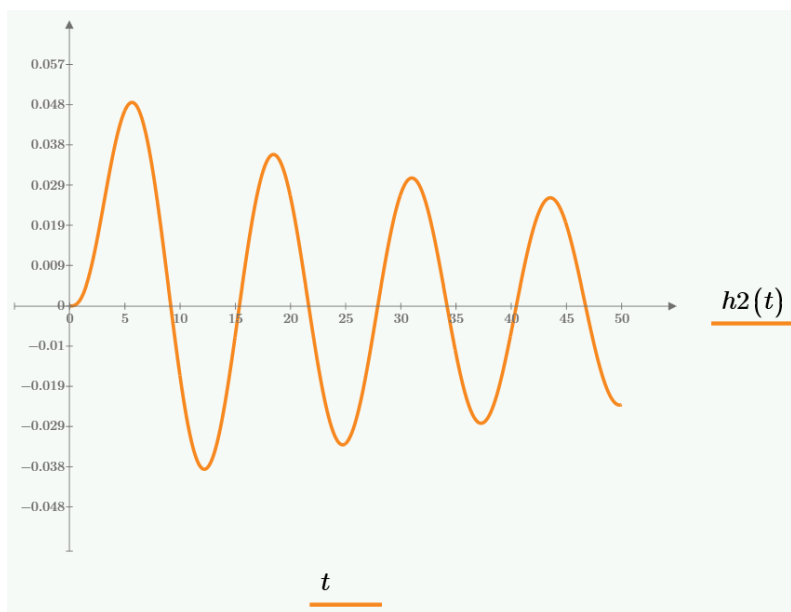


Рисунок 11.6 – Імпульсна характеристика замкнутої скоригованої системи

12 ВИКОНАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК В ПРОГРАМІ МАТЛАВ

Задання початкових характеристик:

```
>> sys=tf(4, [1.3 1])
```

sys =

4

1.3 s + 1

```
>> sys1=tf(0.3, [4 0.3 1])
```

sys1 =

0.3

4 s^2 + 0.3 s + 1

```
>> sys2=0.6
```

sys2 = 0.6000

```
>> sys3=25
```

sys3 = 25

Визначення розімкнутої передаточної функції:

```
>> W=sys*sys1*sys2*sys3
```

W =

18

5.2 s^3 + 4.39 s^2 + 1.6 s + 1

Визначення замкнутої передаточної функції:

```
>> Wz=feedback(W,[1])
```

Wz =

18

5.2 s^3 + 4.39 s^2 + 1.6 s + 19

Побудуємо перехідні функції замкнутої та розімкнутої систем. Запустите модуль LTIViewer:

```
>> ltiview
```

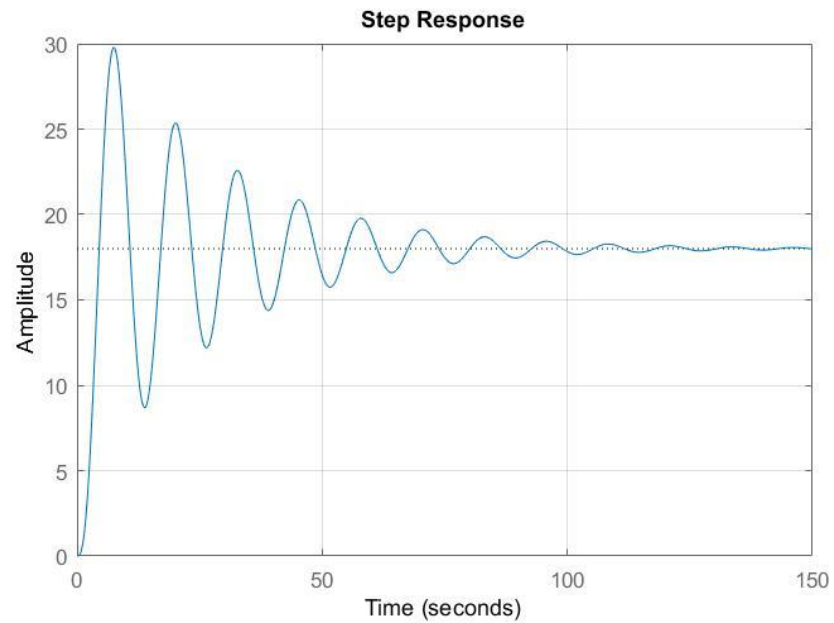


Рисунок 12.1 – Перехідна характеристика розімкнутої системи

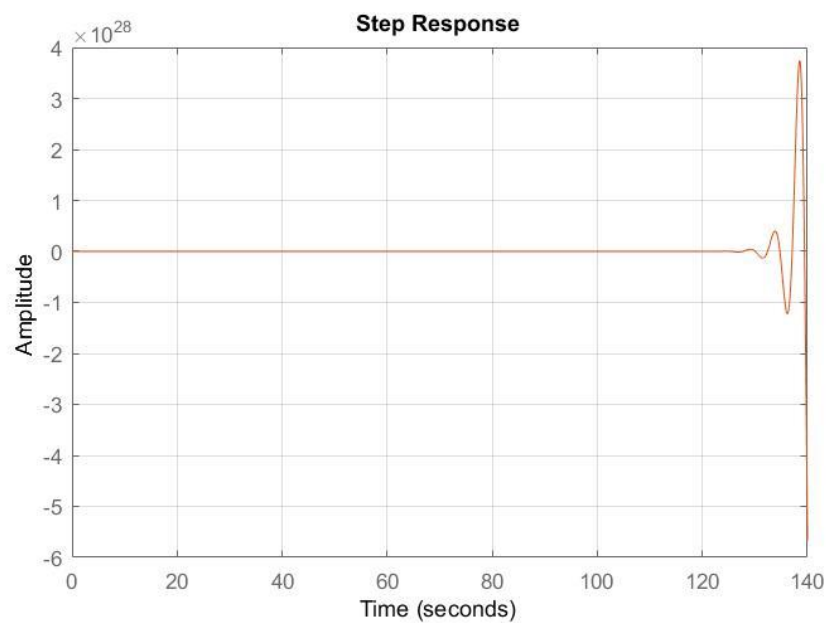


Рисунок 12.2 – Перехідна характеристика замкнутої системи

Побудуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ для обох систем та визначимо їхні запаси стійкості.

```
>> margin(W)
```

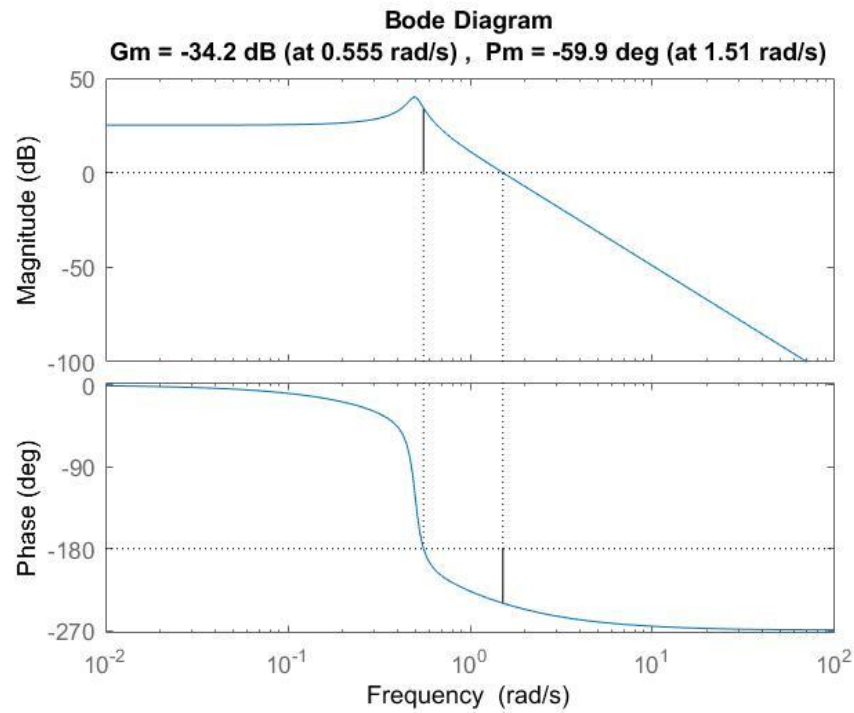


Рисунок 12.3 – Графік визначення запасу стійкості системи по фазі і модулю розімкнутої системи

>> margin(Wz)

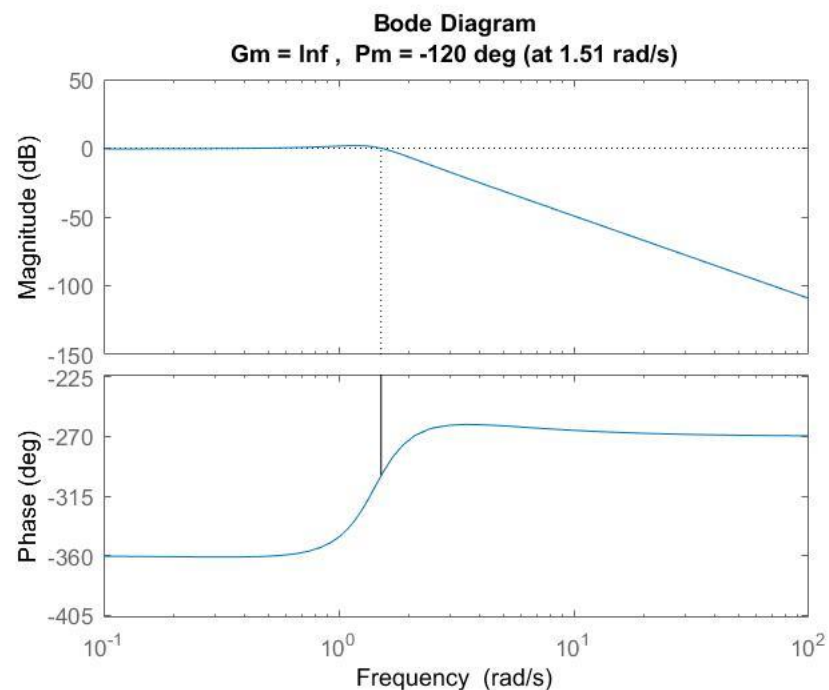


Рисунок 12.4 – Графік визначення запасу стійкості системи по фазі і модулю замкнутої системи

З графіків видно, що обидві системи не стійкі та не мають необхідних запасів стійкості по фазі і модулю. Отже, необхідно вносити в цю систему коригувальний елемент “sys4”.

```
>> sys4=tf(0.01, [2.5 1])
```

```
sys4 =
```

0.01

2.5 s + 1

Розімкнута система з коригувальною ланкою:

```
>> W2=W*sys4
```

```
W2 =
```

0.18

$13 s^4 + 16.18 s^3 + 8.39 s^2 + 4.1 s + 1$

Замкнута система з коригувальною ланкою:

```
>> Wz2=feedback(W2,[1])
```

```
Wz2 =
```

0.18

$13 s^4 + 16.18 s^3 + 8.39 s^2 + 4.1 s + 1.18$

```
>> ltiview
```

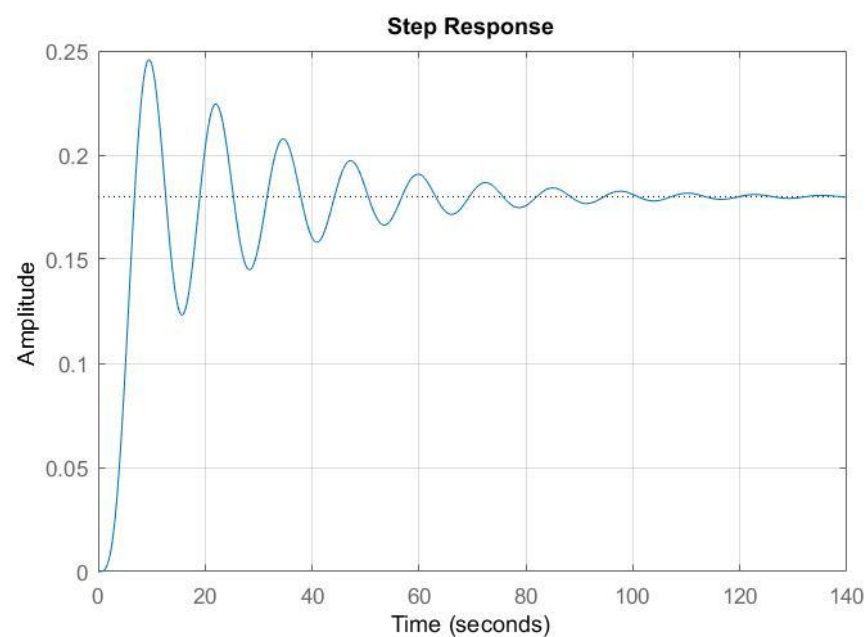


Рисунок 12.5 – Перехідна характеристика розімкнутої скоригованної системи

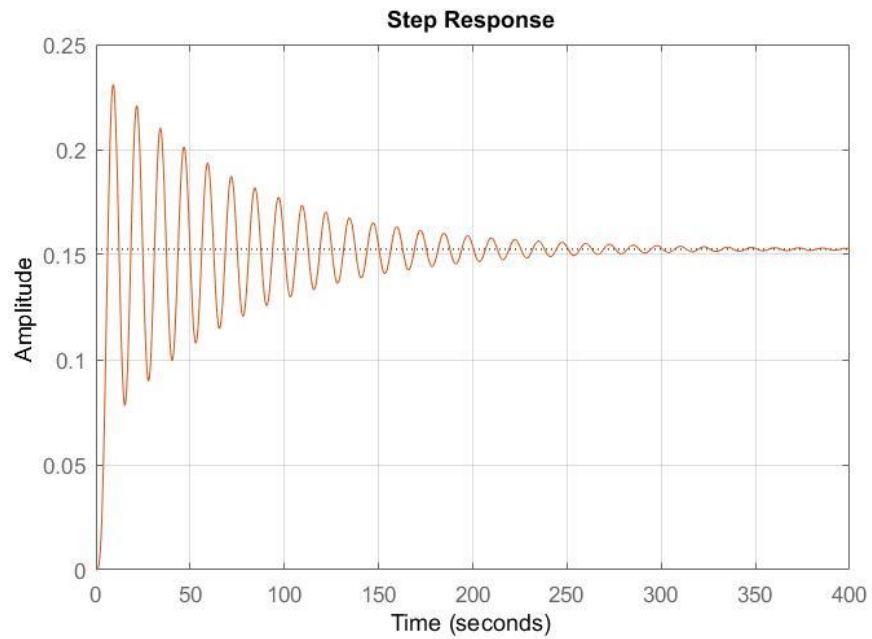


Рисунок 12.6 – Перехідна характеристика замкненої скоригованної системи

Побудуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ для обох систем та визначимо їхні запаси стійкості.

`>> margin(W2)`

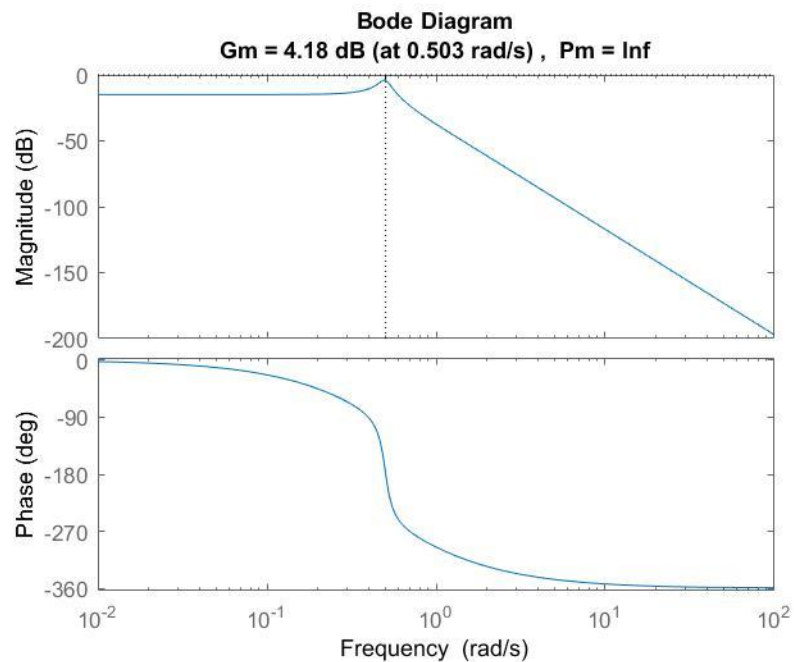


Рисунок 12.7 – Графік визначення запасу стійкості системи по фазі і модулю скоригованної розімкнутої системи

Як бачимо, на діаграмі (рис. 12.7) позначені запаси стійкості системи: 4,18 дБ по амплітуді і визначити градуси за фазою не можливо. Отже, розімкнена система є стійкою.

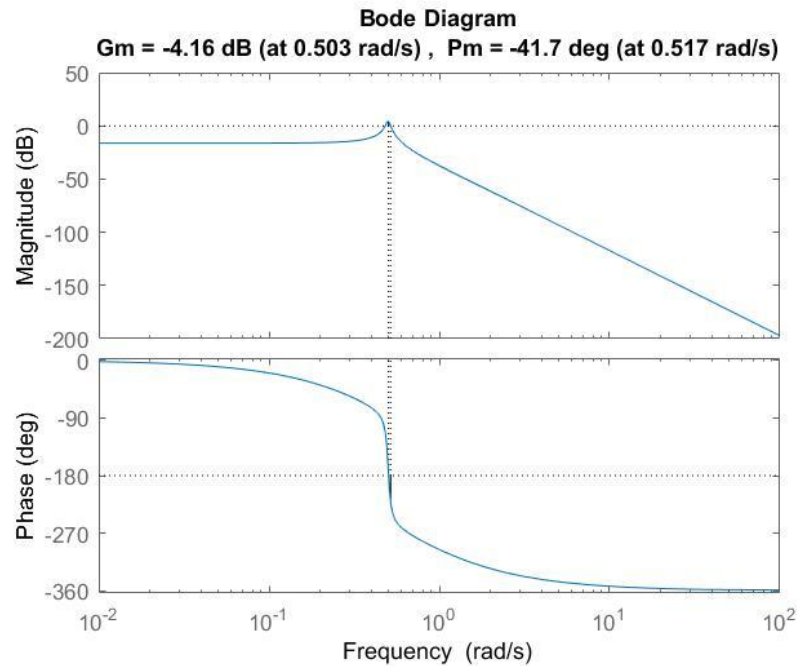


Рисунок 12.8 – Графік визначення запасу стійкості системи по фазі і модулю замкнутої скоригованої системи

Як бачимо, на діаграмі (рис. 12.8) позначені запаси стійкості системи: $-4,18 \text{ dB}$ по амплітуді і $-41,7$ градуси за фазою. Отже, замкнута система є нестійкою.

У більшості випадків процес вважається стійким, якщо величина перерегулювання не перевищує 10-30%.

Визначемо перерегулювання розімкнутої систем.

```
>> M0=max(step(W2))
```

```
M0 = 0.2457
```

```
>> y0= 0.19;
```

```
>> sigma=(M0-y0)*100/y0
```

```
sigma = 29.3380
```

Час максимуму t_m перехідної характеристики: $t_m = 0.0457$

Час перехідного процесу: $t_n = 85 \text{ c}$

Усталене значення: $y_0 = 0.19$

ВИСНОВКИ

В даній курсовій роботі по вихідним даним була побудована структурна і функціональні схеми САК температурою середовища в ферментері. Оскільки після складання диференційного рівняння та визначення стійкості системи, виявили достатній запас стійкості, але точність системи не входила в допустимі межі для роботи САК температурою середовища у ферментері, то було вирішено ввести послідовно корегувальну безінерційну ланку для підвищення точності.

Для корегованої системи визначили критичне значення коефіцієнта передачі, побудували асимптотичні ЛАЧХ та ЛФЧХ, годограф Михайлова та АФХ за допомогою яких визначили параметри для оптимальної роботи САК з достатнім запасом стійкості та підвищеною точністю. Таким чином вдалося підвищити точність САК температурою середовища ферментера до відхилення від усталеного значення рівним 1%.

Провели порівняння аналітично отриманих та побудованих у програмі Matlab перехідної та імпульсної характеристик, оскільки вони збіглися між собою можемо сказати що програма функціонує добре і в подальшому для швидкого чи попереднього аналізу САК можна використовувати дане пакетне забезпечення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Самотокін, Б.Б. Лекції з теорії автоматичного керування [Текст]: навч. пос. / Б.Б. Самотокін; Житомир: ЖІТІ, 2001. -508с.
2. Зайцев, Г.Ф. Теорія автоматичного управління [Текст]: навч. пос. / Г.Ф. Зайцев, В.К. Стеклов, О.І. Бріцький. – К.: Техніка, 2002. – 688 с.
3. Про затвердження Вимог до оформлення дисертації : наказ Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40. Офіційний вісник України № 20 від 10.03.2017 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0155-17> (дата звернення: 15.02.2020)
4. ДСТУ 3008-2015. Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання. – На заміну ДСТУ 3008–95; чинний з 2017–07–01. – Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. – 26 с.
5. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання / Нац. Стандарт України. – Вид. офіц. – [Уведено вперше ; чинний від 2016-07-01]. – Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. – 17 с.
6. Етичний кодекс ученого України. Бюлетень ВАК України, № 11, 2011. URL: <http://iepor.org.ua/rules/codex.html> (дата звернення: 15.02.2020).
7. Євстіфєєв, В.О. Теорія автоматичного керування: Ч.2 Спеціальні системи автоматичного керування [Текст]: навч. пос. / За ред. Д.Й. Родькіна; Кременчуцький державний політехнічний університет. - Кременчук: ПП Щербатих О.В., 2007. – 224 с.
8. Кондратенко, Ю.П. Системи управління: Збірник завдань до практичних занять [Текст]: навч. пос. / Ю.П. Кондратенко, Г.В. Кондратенко; МОН України, МДГУ ім. П.Могили. – Миколаїв, 2006. – 84 с.
9. Попович, М.Г. Теорія автоматичного керування [Текст]: підручник для студентів вузів / М.Г. Попович, О.В. Ковальчук; МОН України. – К.: Либідь, 2007. – 656 с.

10. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического регулирования [Текст]: учебник / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – СПб.: Профессия, 2003.– 752 с.
11. Соколов, А.Ю. Проектирование систем управления на ЭВМ (MATLAB/Simulink/Control Systems) [Текст] / А.Ю. Соколов, Ю.Н. Соколов, В.М. Илюшко. – Х.: “ХАИ”, 2005. -590 с.
12. Долгин, В.П. Автоматическое управление техническими и технологическими объектами и системами. Методы анализа систем и объектов [Текст]: учебн. пос. для вузов / В.П. Долгин; – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2003. – 404 с.
13. Бабаков, Н.А. Теория автоматического управления в 2-х частях: ч1 Теория линейных систем автоматического управления, 2-е изд. перераб. и доп. [Текст] / Н.А. Бабаков, А.А. Воронов, А.А. Воронова и др.; под. ред. А.А. Воронова. – М: Высш. школа, 1986. – 367с.
14. Лазарева, Т. Я. Основы теории автоматического управления [Текст]: уч. пос. 2-е изд., перераб. и доп. / Т. Я. Лазарева, Ю. Ф. Мартемьянов. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. – 352 с.
15. Михайлов, В.С. Теория управления [Текст] / – К.: Вища шк.,1988. – 312с.
16. И.В.Черных. "Simulink: Инструмент моделирования динамических систем" – электронный ресурс (<http://matlab.exponenta.ru/simulink/book1/>).
17. Денисенко, В.А. Теорія автоматичного управління [Текст]: навч. пос. для студентів вузів / В.А. Денисенко, С.А. Бобриков, О.С. Гончаренко. – Одеса: Одеська державна академія холоду, 2010. – 100 с.
18. Кондратець, В.О. Теорія і технічні засоби систем. Автоматика та автоматизація виробництва с.-г. машин: У 2 ч.; Ч. I [Текст]: підручник / В.О. Кондратець. – К.: Высш. шк., 1993. – 319 с.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Як по логарифмічних частотних характеристиках досліджувати систему на стійкість?
2. Як можна досліджувати на стійкість систему із запізнюванням?
3. Що таке "критичний час запізнювання"?
4. Як можна визначити критичний час запізнювання по логарифмічних частотних характеристиках?
5. Сформулюйте критерій стійкості Михайлова.
6. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста для випадку, коли розімкнена система стійка, і для випадку, коли розімкнена система нестійка.
7. Як можна побудувати область стійкості по деякому параметру характеристичного рівняння?
8. Як зв'язана стійкість з корінням характеристичного рівняння ?
9. Як отримати характеристичне рівняння системи, якщо відома передавальна функція замкнутої системи?
10. Яка умова (по відношенню до виду характеристичного рівняння замкнутої системи) є необхідним для стійкості системи?
11. Як можна отримати рівняння статичного режиму з диференціального рівняння системи?
12. Що таке коефіцієнт статизма і як він пов'язаний з коефіцієнтом посилення системи?
13. Від чого залежить статична помилка в статичній системі?
14. Яка ланка повинна бути введена в статичну систему, щоб вона стала астатичною?
15. Які характеристики процесу управління є найбільш важливими для оцінки якості системи управління?
16. Якими показниками якості оцінюється система по перехідній характеристиці?
17. Що таке ідеальна диференціююча ланка? Чому воно не може бути

виконане практично?

18. Як виглядає передавальна функція реальної диференціюючої ланки?
19. Приведіть приклади фізичних ланок, що описуються, як реальні диференціюючі ланки.
20. Як розрахувати логарифмічні частотні характеристики по передавальній функції системи? Приведіть формули для ЛАЧХ і ЛФЧХ.
21. У яких одиницях вимірюють ординати при побудові ЛФЧХ?
22. У яких одиницях вимірюють логарифми частоти?
23. Що таке амплітудно-фазова характеристика системи?
24. Який фізичний сенс мають амплітудно-частотна і фазо-частотна характеристики?
25. Запишіть формулу прямого перетворення Лапласа.
26. Дайте визначення передавальної функції.
27. Чому рівна передавальна функція послідовно включених ланок, паралельно включених ланок, ланцюга із зворотним зв'язком?
28. Як знайти передавальну функцію структурної схеми, в якій є зв'язки, що перехрещуються?

ДОДАТКИ

Зразок титульного листа курсової роботи

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет біотехнології і біотехніки
Кафедра біотехніки та інженерії

КУРСОВА РОБОТА

з дисципліни

«Теорія автоматичного керування. Курсова робота»

на тему «Система автоматичного керування температури
середовища у ферментері»

Варіант № ____

Студента(ки) 3 курсу групи БІ-__

Іванов Іван Іванович

ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 13 «Механічна інженерія»

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 133 «Галузеве машинобудування»

ОСВІТНЯ ПРОГРАМА «Обладнання фармацевтичних та біотехнологічних
виробництв»

Керівник *проф., д.т.н., Мельник Вікторія Миколаївна*

Кількість балів: _____

Оцінка за університетською шкалою: _____

Члени комісії:

_____ (вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініїали)

_____ (вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініїали)

Засвідчую, що у цьому курсовому проекті
немає запозичень праць інших авторів без
відповідних посилань

Студент(ка) _____ Іван Іванов

Київ – 20__

Зразок змісту курсової роботи

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1. Вихідні дані.....	4
2. Структурна схема сак температурою середовища в ферментері без врахування коригувальної ланки.....	5
3. Вираз для розімкненої САК, диференційне рівняння системи автоматичного регулювання без корекції.....	6
4. Стійкість САК за допомогою критерія Михайлова.....	8
5. Структурна схема САК із коригувальним елементом	12
6. Диференційне рівняння САК із урахуванням корекції.....	13
7. Критичне значення коефіцієнта зворотного зв'язку з умов стійкості за Гурвіцем.....	14
8. Асимптотичні ЛАЧХ та ЛЧФХ розімкненої скорегованої САК..	16
9. Крива Михайлова для скорегованої САК.....	19
10. Амплітудно-фазова частотна характеристика САК.....	21
11. Побудова перехідної та імпульсної характеристики САК.....	23
12. Виконання характеристик в програмі MATLAB.....	27
ВИСНОВКИ.....	30
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	31

**Приклади складання бібліографічного опису джерел, які вносяться до
списку використаних джерел**

(з урахуванням Національного стандарту України ДСТУ 8302:2015)

Характеристи ка джерела	Приклад оформлення
Книги: Один автор	1. Іванов А. О. Теорія автоматичного керування: підручник. Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2003. 250 с. 2. Михайлов, В.С. Теория управления. Киев: Вища школа, 1988. 312с.
Два автори	1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: підручник. Київ: Либідь, 1997. 544с.
Три автори	1. Зайцев, Г.Ф., Стеклов В.К., Бріцький О.І. Теорія автоматичного управління: навч. посіб. Київ: Техніка, 2002. 688 с.
Чотири і більше авторів	1. Артюшин Л.М., Дурняк Б.В., Машков О.А., Сівов М.С. Теорія автоматичного керування: навч. посіб. Львів: Вид-тво УАД, 2004. 272 с. 2. Теорія електропривода / М.Г. Попович, М.Г. Борисюк, В.А Гаврилюк та ін. Київ: Вища шк., 1993. 494 с.
Автор(и) та редактор(и)/ упорядники	1. Пономаренко Л.А. Адамович Л.В., Музырчук Т.В., Гридасов А.Е. Основы создания гибких автоматизованных производств / под ред. Б.Б.Тимофеева. Киев: Техніка, 1986. 144с. 2. Теорія автоматичного управління: підручник / за ред. Г.Ф. Зайцева. Київ:Техніка, 2002. 668 с.
Без автора	1. Українські приказки, прислів'я і таке інше / уклад. М. Номис. Київ : Либідь, 1993. 768 с. 2. Українська мова: енциклопедія / ред. кол. В. М. Русанівський, О. О. Тараненко та ін. Київ : “Укр.енциклопедія”, 2004. 832 с.

Багатотомні видання	<p>1. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник в 5-и тт. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред.. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. Москва: Изд-во МГТУ, 2004. 656 с.</p> <p>2. Новицкий О. М. Сочинения в 4 т. / ред. изд.: Н. Г. Мозговая, А. Г. Волков; авт. вступ. ст. Н. Г. Мозговая. Киев; Мелитополь: НПУ им. М. Драгоманова ; МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2017. Т. 1. 382 с.</p>
Автореферат дисертації	<p>1. Сенчило Н.В. Тейхоева кислота стафілокока та її імунобіологічна активність: автореф. дис. ... канд. біол. наук : спец. 03.00.09. Київ, 2004. – 17 с.</p>
Дисертації	<p>1. Дудінова І.О. Розробка технології виробництва та застосування біопрепаратів азотфіксуючих бактерій під рис і сою: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.05.04. Київ, 1997. 212с.</p>
Законодавчі та нормативні документи	<p>1 Конституція України : офіц. текст. Київ : КМ, 2013. 96 с.</p> <p>2. Про вищу освіту : Закон України від 01.07.2014 р. №1556-VII. Дата оновлення: 28.09.2017. URL: http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1556-18 (дата звернення: 15.11.2017).</p> <p>3. Про затвердження Вимог до оформлення дисертації : наказ Міністерства освіти і науки від 12.01.2017 р. № 40. Офіційний вісник України. 2017. № 20. С. 136–141.</p>
Патенти	<p>1. Спосіб очищення води від органічних речовин: пат. 171951А Україна: МПК6 C02 F1/28. № 468901/02; заявл. 10.05.97 ; опубл. 18.03.98, Бюл. №3.</p> <p>2. Microfilming system with zone controller adaptive lighting: пат. 4601572 США. МКИ С 03 В 27/74. №721205; Заявл. 09.04.85; Опубл. 22.06.86; НКІ 355/68.</p>
Стандарти	<p>1. ДСТУ 7152:2010. Видання. Оформлення публікацій у журналах і збірниках. [Чинний від 2010–02–18]. Вид. офіц. Київ, 2010. 16 с. (Інформація та документація).</p> <p>2. ДСТУ 3582:2013. Бібліографічний опис. Скорочення слів і словосполучень українською мовою. Загальні вимоги та правила (ISO 4:1984, NEQ; ISO 832:1994, NEQ). [На заміну ДСТУ3582-97; чинний від 2013-08-22]. Вид. офіц. Київ : Мінекономрозвитку України, 2014. 15 с. (Інформація та документація).</p>

Складова частина журналу:	Антипчук А.Ф. Ростовая активность и технологические свойства азотфиксирующих микроорганизмов при их гетерофазном культивировании: Микробиологический журнал. 1997. Т.59, №4. С.131-138.
Перекладне видання	Гроссе Э. Химия для любознательных / Э. Гроссе, Х. Вайсмангель Х. [пер. с нем.]. Москва: Химия, 1980. 392с.
Збірник наукових праць:	Обчислювальна і прикладна математика: зб. наук. пр. – К.: Либідь, 1993. – 99с.
Електронні ресурси	Теорія автоматичного регулювання. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Теорія_автоматичного_керування

Загальні вимоги до оформлення курсової роботи

Курсову роботу друкують на комп'ютері українською мовою з одного боку аркуша білого паперу формату А4 (210 х 297 мм), залишаючи поля: вгорі та внизу – 20 мм, з лівого боку – 25 мм, з правого боку – 10 мм.

Абзац починається з 5 знаку (1,25).

Шрифт – Times New Roman, кегль – 14 пунктів, міжрядковий інтервал – 1,5. Шрифт друку – чіткий, чорного кольору, середньої жирності. Щільність тексту – всюди однакова.

Текст друкувати без переносів.

Ілюстративний матеріал набирати курсивом з виділеннями (за необхідності) жирним шрифтом, значення слів, виразів тощо брати в лапки (“ ”).

Чітко диференціювати дефіс (-) та тире (—).

Колонтитули не використовувати.

Друкарські помилки, описки, графічні неточності, які виявилися під час написання роботи, можна виправляти підчищенням або зафарбуванням коректором та нанесенням (акуратним наклеюванням) на тому ж місці або між рядками виправленого тексту (фрагменту малюнка) машинописним способом. Вписувати виправлення від руки можна лише чорнилом, тушшю, пастою тільки чорного кольору, при цьому щільність вписаного тексту повинні бути наближеною до щільності основного тексту. Допускається наявність не більше двох виправлень на одній сторінці.

Заголовки структурних частин роботи друкують великими літерами жирним шрифтом (окрім висновків до розділів) симетрично тексту з нової сторінки, без крапки, наприклад:

ЗМІСТ

Кожну структурну частину слід починати з нової сторінки.

Назву розділу слід друкувати з нового рядку під номером розділу Крапка після номера розділу не ставиться, наприклад:

1 ВИХІДНІ ДАНІ

Заголовки підрозділів, пунктів і підпунктів звіту потрібно друкувати з абзацного відступу з великої літери без крапки в кінці. Заголовки підрозділів друкують маленькими літерами (крім першої великої) з абзацного відступу, виділяючи жирним шрифтом. Наприклад:

5.1 Побудова функціональної схем САК з урахуванням коригувального елемента

Відстань між заголовком (за винятком заголовку пункту) та текстом повинна дорівнювати 1–2 інтервалам по всьому тексту роботи.

Не можна починати новий підрозділ чи пункт у кінці сторінки, якщо після назв підрозділу чи пункту дається менше 3-х рядків основного тексту. У такому випадку примусово починають новий підрозділ чи пункт з нової сторінки.

До обсягу основного тексту не входять список використаних джерел, список скорочень назв лексикографічних джерел, список скорочень назв джерел ілюстративного матеріалу, додатки. Але всі сторінки зазначених елементів роботи підлягають суцільній нумерації і входять до загального обсягу роботи.

Підпис під ілюстрацією зазвичай має такі елементи:

- найменування графічного сюжету позначають словом “Рисунок”;
- порядковий номер ілюстрації, який вказується без знака номера арабськими цифрами. Нумерують ілюстрації послідовно в межах розділу (за винятком ілюстрацій, поданих у додатках). Номер ілюстрації складається із номера розділу і порядкового номера ілюстрації, між якими ставиться крапка. Наприклад:

Рисунок 10.2 – АФХ розімкненої системи з коригувальною ланкою